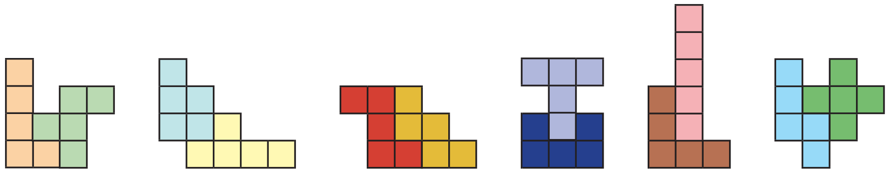


# 6 परिमाप और क्षेत्रफल

0675CH06

## 6.1 परिमाप

क्या आपको याद है कि एक संवृत्त (बंद) समतल आकृति का परिमाप क्या होता है? आइए, हम अपनी समझ को ताज़ा करें।

किसी भी बंद समतल आकृति का परिमाप उसकी सीमा के साथ-साथ तय की गई वह दूरी है जब आप उसके चारों ओर एक चक्कर लगाते हैं। एक **बहुभुज** अर्थात् रेखाखंडों से बनी एक बंद समतल आकृति के लिए परिमाप इसकी सभी भुजाओं की लंबाइयों के योग के रूप में परिभाषित किया जाता है, जैसे— इसकी बाहरी सीमा के साथ-साथ कुल दूरी।

बहुभुज का परिमाप = उसकी सभी भुजाओं की लंबाइयों का योगफल।

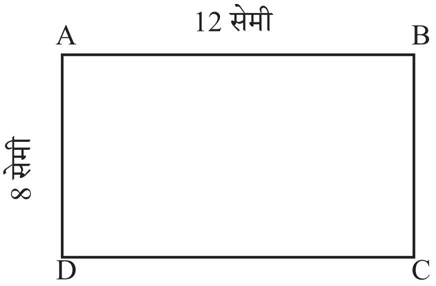
आइए, अब हम आयत, वर्ग और त्रिभुज के परिमाप के सूत्रों को दोहराते हैं।

### आयत का परिमाप

एक आयत ABCD पर विचार कीजिए, जिसकी लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 12 सेमी और 8 सेमी है। इसका परिमाप क्या होगा?

आयत का परिमाप = आयत की चारों भुजाओं की लंबाइयों का योगफल

= AB + BC + CD + DA




© NCERT not to be republished

= AB + BC + AB + BC

= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

= 2 × (12 सेमी + 8 सेमी)

= 2 × (20 सेमी)

= 40 सेमी

> आयत की आमने-सामने की भुजाएँ हमेशा एकसमान होती हैं। अत:
> AB = CD और
> AD = BC

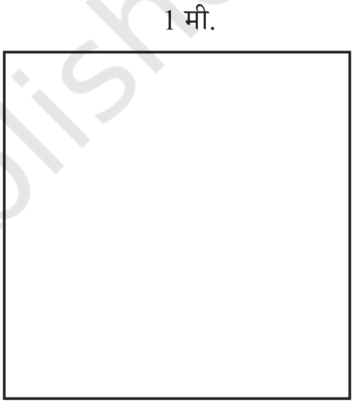
इस उदाहरण से हम देखते हैं कि—

आयत का परिमाप = लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई

आयत का परिमाप = 2 × (लंबाई + चौड़ाई)

आयत का परिमाप उसकी लंबाई और चौड़ाई के योग का दोगुना होता है।

## वर्ग का परिमाप




देबोजीत 1 मी. भुजा वाले वर्गाकार फोटो फ्रेम के चारों ओर एक रंगीन टेप लगाना चाहता है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। उसे कितनी लंबी रंगीन टेप की आवश्यकता होगी? चूँकि देबोजीत वर्गाकार फोटो फ्रेम के चारों ओर रंगीन टेप लगाना चाहता है, इसलिए उसे वर्गाकार फोटो फ्रेम के परिमाप को ज्ञात करने की आवश्यकता है।

इसलिए, आवश्यक टेप की लंबाई = वर्ग का परिमाप

= वर्ग की चारों भुजाओं की लंबाइयों का योगफल

= 1 मी. + 1 मी. + 1 मी. + 1 मी. = 4 मी.

हम जानते हैं कि वर्ग की चारों भुजाओं की लंबाई बराबर होती है। इसलिए प्रत्येक भुजा की लंबाई को जोड़ने के स्थान पर, हम वर्ग की एक भुजा की लंबाई को 4 से गुणा कर सकते हैं।

अतः आवश्यक टेप की लंबाई = 4 × 1 मी. = 4 मी.

इस उदाहरण से हम देखते हैं कि—

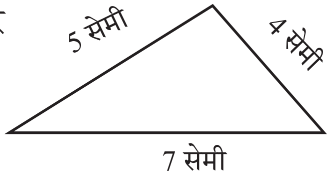
वर्ग का परिमाप = 4 × एक भुजा की लंबाई।

वर्ग का परिमाप उसकी एक भुजा की लंबाई का चौगुना (Quadruple) है।

© NCERT not to be republished

## त्रिभुज का परिमाप

एक त्रिभुज पर विचार कीजिए जिसकी तीन भुजाएँ 4 सेमी, 5 सेमी और 7 सेमी हैं। इस त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।




त्रिभुज का परिमाप = 4 सेमी + 5 सेमी + 7 सेमी

= 16 सेमी

त्रिभुज का परिमाप = उसकी तीनों भुजाओं की लंबाइयों का योगफल

**उदाहरण**— अक्षी 3 मी. लंबाई और 2 मी. चौड़ाई के एक आयताकार मेजपोश (टेबल कवर) के चारों और एक फीता (लेस) लगाना चाहती है। अक्षी को कितने लंबे फीते की आवश्यकता है?

*हल*

आयताकार मेजपोश की लंबाई = 3 मी.

आयताकार मेजपोश की चौड़ाई = 2 मी.

अक्षी मेजपोश के चारों ओर फीता लगाना चाहती है। इसलिए, आवश्यक फीते की लंबाई आयताकार मेजपोश के परिमाप के बराबर होगी।

अब, आयताकार मेजपोश का परिमाप = 2×(लंबाई + चौड़ाई)

= 2 (3 मी. + 2 मी.) = 2 × 5 मी. = 10 मी.

अतः आवश्यक फीते की लंबाई 10 मी. है।

**उदाहरण**— ऊषा 75 मी. भुजा वाले वर्गाकार पार्क के चारों ओर तीन चक्कर लगाती है। उसके द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

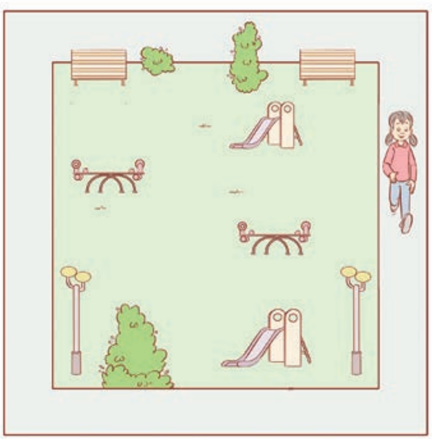
*हल*

वर्गाकार पार्क का परिमाप = 4 × एक भुजा की लंबाई

= 4 × 75 मी. = 300 मी.

ऊषा द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी = 300 मी.

इसलिए, ऊषा द्वारा तीन चक्करों में तय की गई कुल दूरी = 3 × 300 मी. = 900 मी.

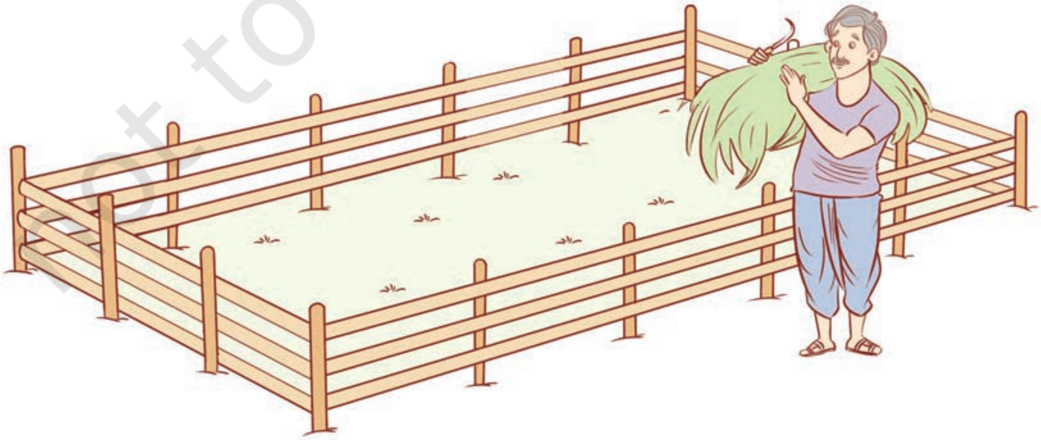


© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

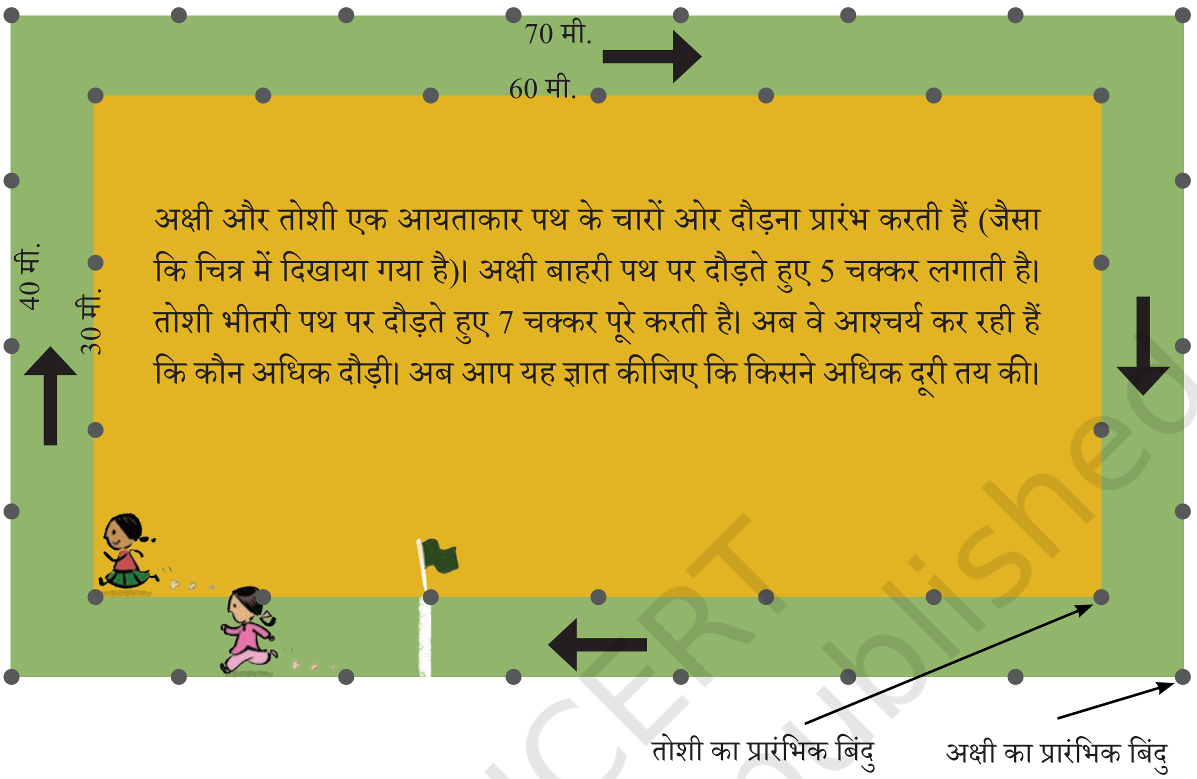
## आइए, पता लगाएँ

1. लुप्त पदों को ज्ञात कीजिए—
   a. आयत का परिमाप = 14 सेमी; चौड़ाई = 2 सेमी; लंबाई = ________?
   b. वर्ग का परिमाप = एक भुजा की लंबाई 20 सेमी = _______?
   c. आयत का परिमाप = लंबाई 12 मी. = चौड़ाई 3 मी. = ______?.
2. तार के टुकड़े का प्रयोग करके एक आयत बनाया गया है जिसकी भुजाओं की लंबाई 5 सेमी और 3 सेमी है। यदि तार को सीधा करके एक वर्ग बनाया जाए, तब वर्ग की एक भुजा की लंबाई क्या होगी?
3. यदि एक त्रिभुज का परिमाप 55 सेमी है और दो भुजाओं की लंबाई क्रमश: 20 सेमी और 14 सेमी है, तो तीसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
4. एक आयताकार पार्क जिसकी लंबाई 150 मी. और चौड़ाई 120 मी. है, पार्क के चारों ओर ₹40 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
5. एक धागे के टुकड़े की लंबाई 36 सेमी है। प्रत्येक भुजा की लंबाई क्या होगी, यदि इस धागे से बनाया जाता है—
   a. एक वर्ग
   b. एक त्रिभुज जिसकी सभी भुजाएँ समान लंबाई की हों, और
   c. एक सम षट्भुज (छ: भुजाओं वाली बंद आकृति जिसकी सभी भुजाएँ समान लंबाई की हों)?
6. एक किसान के आयताकार भूखंड की लंबाई तथा चौड़ाई क्रमश: 230 मी. तथा 160 मी. है। वह भूखंड के चारों ओर रस्सी द्वारा तीन पूरे चक्कर की बाड़ बनाना चाहता है। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। किसान के द्वारा प्रयोग की गई रस्सी की कुल लंबाई ज्ञात कीजिए।



Reprint 2025-26

**माथा-पच्ची!**




प्रत्येक पथ एक आयत है। अक्षी के पथ की लंबाई 70 मी. और चौड़ाई 40 मी. है। इस पथ पर एक पूरा चक्कर लगाने पर 220 मी. की दूरी तय होगी, अर्थात् $2 \times (70+40)$ मी. = 220 मी.। यह अक्षी द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी है।

## आइए, पता लगाएँ

1. अक्षी द्वारा 5 चक्करों में तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए।
2. तोशी द्वारा 7 चक्करों में तय की गई कुल दूरी ज्ञात कीजिए। अक्षी और तोशी में से किसने अधिक दूरी तय की?
3. सोचिए और निर्देशानुसार स्थितियों को चिह्नित कीजिए—
   a. अक्षी 250 मी. दौड़ने के पश्चात् जहाँ पहुँचेगी, उस बिंदु पर 'A' चिह्नित कीजिए।
   b. 500 मी. दौड़ने के पश्चात् अक्षी जहाँ पहुँचेगी, उस बिंदु पर 'B' चिह्नित कीजिए।
   c. अब, अक्षी 1000 मी. दौड़ चुकी है। अब बताइए, उसने अपने पथ पर कितने चक्कर पूरे लगाए? उसकी इस स्थिति के बिंदु पर 'C' चिह्नित कीजिए।
   d. 250 मी. दौड़ने के पश्चात् तोशी जहाँ पहुँचेगी, उस बिंदु पर 'X' चिह्नित कीजिए।

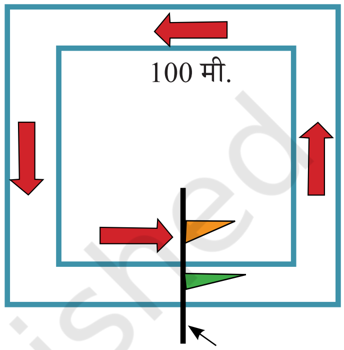
© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

e. 500 मी. दौड़ने के पश्चात् तोशी जहाँ पहुँचेगी, उस बिंदु पर 'Y' चिह्नित कीजिए।

f. अब, तोशी 1000 मी. दौड़ चुकी है। उसने अपने पथ पर कितने चक्कर पूरे किए? उसकी स्थिति के बिंदु पर 'Z' चिह्नित कीजिए।

**गहन सोच—** सामान्यत: दौड़ में सभी धावकों के लिए एक समान अंतिम रेखा होती है। यहाँ दो वर्गाकार दौड़-पथ है, जिसमें भीतरी पथ की प्रत्येक भुजा 100 मी. है तथा बाहरी पथ की प्रत्येक भुजा 150 मी. है। दोनों धावकों के लिए समापन रेखा को चित्र में झंडों द्वारा दर्शाया गया है, जो पथों की भुजाओं में से एक भुजा के मध्य में हैं।

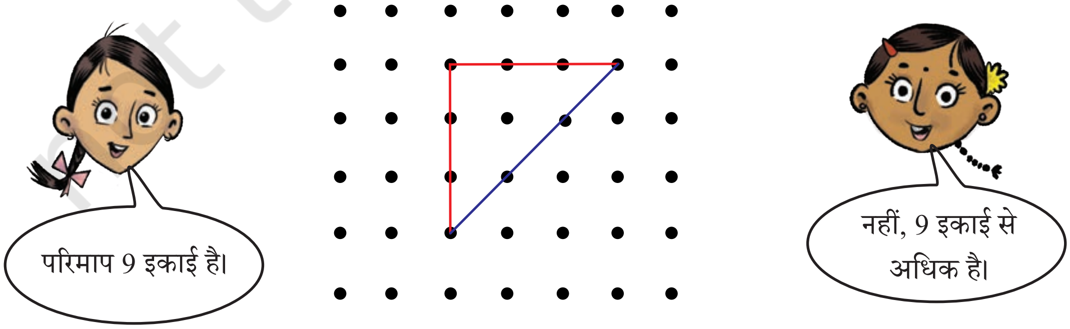



यदि कुल दौड़ 350 मी. की है, तो हमें यह पता लगाना होगा कि इन दो पथों पर दोनों धावकों की प्रारंभिक स्थिति कहाँ होनी चाहिए ताकि 350 मी. दौड़ने के पश्चात् दोनों की समापन रेखा एक समान हो। भीतरी पथ पर धावक के प्रारंभिक या शुरुआती बिंदु को A के रूप में और बाहरी पथ पर धावक के शुरुआती या प्रारंभिक बिंदु को B के रूप में चिह्नित कीजिए।

## आकलन और सत्यापन करना

एक कागज या अखबार का टुकड़ा लीजिए। इस टुकड़े को अलग-अलग तरीकों से काटकर कुछ यादृच्छिक आकार बनाइए। प्रत्येक आकृति की सीमाओं की कुल लंबाई का अनुमान लगाइए। अब पैमाना (scale) अथवा मापन फीता (measuring tape) से प्रत्येक आकृति के परिमाप को मापिए और सत्यापन कीजिए।

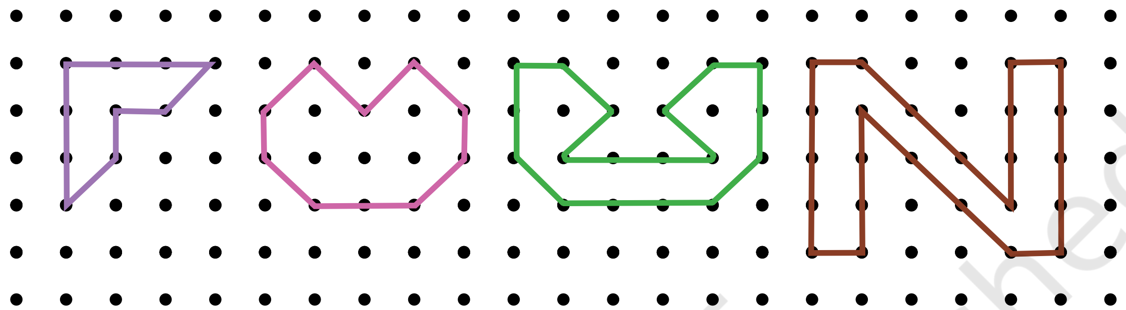
अक्षी का कहना है कि इस त्रिभुज का परिमाप 9 इकाई है। तोशी का मानना है कि यह 9 इकाई नहीं हो सकती और परिमाप 9 इकाई से अधिक होगा। आप क्या सोचते हैं?




Reprint 2025-26

इस आकृति में दो अलग-अलग इकाई की रेखाएँ हैं। लाल रेखा और नीली रेखा की लंबाई मापिए— क्या वे समान हैं? हम लाल रेखाओं को सीधी रेखाएँ और नीली रेखाओं को विकर्ण रेखाएँ कहेंगे। अतः इस त्रिभुज का परिमाप 6 सीधी इकाई + 3 विकर्ण इकाई है। इसे हम संक्षिप्त रूप में लिख सकते हैं— 6s + 3d इकाइयाँ।

नीचे दी गई आकृतियों का परिमाप सीधी और विकर्ण रेखा इकाइयों का उपयोग करके निकालें।



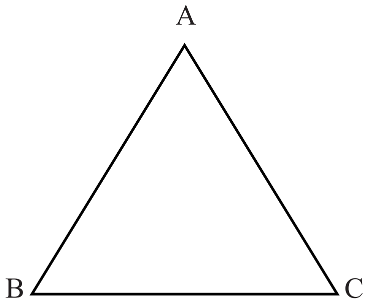
## सम बहुभुज का परिमाप

वर्ग की तरह, बंद आकृतियाँ जिनकी सभी भुजाएँ और सभी कोण बराबर हों, **सम बहुभुज** कहलाते हैं। हमने अध्याय 1 में, 'आकृति अनुक्रम 1' सम बहुभुज का अध्ययन किया था। सम बहुभुजों के उदाहरण हैं— समबाहु त्रिभुज (जिसकी तीनों भुजाएँ और तीनों कोण बराबर होते हैं) और सम पंचभुज (जिसके पाँचों भुजाएँ और पाँचों कोण बराबर होते हैं)।

### समबाहु त्रिभुज का परिमाप

हम जानते हैं कि किसी भी त्रिभुज का परिमाप उसकी तीनों भुजाओं की लंबाइयों का योग होता है।

इस अवधारणा का उपयोग करके, हम एक समबाहु त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कर सकते हैं।




समबाहु त्रिभुज का परिमाप = AB+BC+CA

= AB + BC + AC = AB + AB + AB

= एक भुजा की लंबाई का 3 गुना

समबाहु त्रिभुज का परिमाप = 3 × एक भुजा की लंबाई

Reprint 2025-26

एक वर्ग और एक समबाहु त्रिभुज के बीच क्या समानता है?

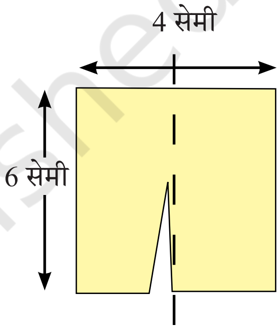
अपने आस-पास विभिन्न वस्तुएँ खोजिए जो कि सम आकृतियाँ हों और उनका परिमाप ज्ञात कीजिए। साथ ही अन्य सम बहुभुजों के परिमाप के लिए अपनी समझ को व्यापक (generalised) रूप दीजिए।

**अध्यापक टिप्पणी**

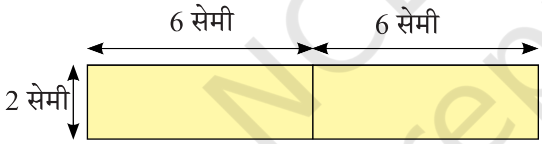
सम बहुभुजों के विषय में अधिक बातचीत कीजिए तथा विद्यार्थियों को सम बहुभुज के परिमाप के लिए एक सामान्य सूत्र (general formula) बनाने हेतु प्रोत्साहित कीजिए।

## विभाजित कीजिए और फिर से जोड़िए

एक आयताकार कागज की पर्ची, जिसकी विमाएँ (भुजाएँ) 6 सेमी × 4 सेमी है, को दो बराबर टुकड़ों में काटा गया है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इन दोनों टुकड़ों को विभिन्न तरीकों से जोड़ा जाता है।



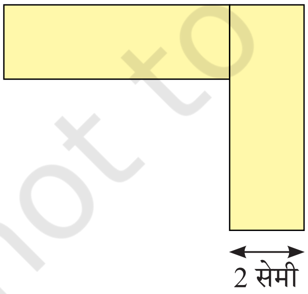

a.



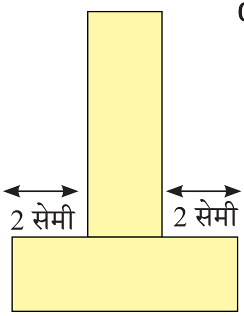

उदाहरण के लिए, व्यवस्था a. का परिमाप 28 सेमी हैं।

नीचे दी गई अन्य सभी व्यवस्थाओं की सीमा की लंबाई (अर्थात् परिमाप) ज्ञात कीजिए।

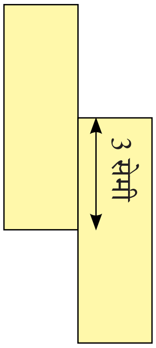
b.




c.




d.




उपर्युक्त चित्रित दोनों टुकड़ों को व्यवस्थित करके एक आकृति बनाइए जिसका परिमाप 22 सेमी हो।

Reprint 2025-26

## 6.2 क्षेत्रफल

पिछली कक्षाओं में हमने बंद (नियमित एवं अनियमित) आकृतियों के क्षेत्रफलों का अध्ययन किया है। आइए, इनके बारे में कुछ मुख्य बातें दोहराएँ।

किसी बंद आकृति से घिरे क्षेत्र का माप (की मात्रा) उस आकृति का **क्षेत्रफल** कहलाता है।

क्या आपको याद है कि पिछली कक्षाओं में हमने आयत और वर्ग के क्षेत्रफलों के सूत्र वर्गाकार खानों वाले कागज (ग्रिड पेपर) की सहायता से ज्ञात किए थे।

वर्ग का क्षेत्रफल = ________

आयत का क्षेत्रफल = ________

**अध्यापक टिप्पणी**

वर्गाकार खानों वाले कागज (ग्रिड पेपर) की सहायता से एक आयत और एक वर्ग के क्षेत्रफलों को ज्ञात करने में विद्यार्थियों की सहायता कीजिए। विद्यार्थियों को वर्गाकार ग्रिड पेपर दीजिए और उन्हें सूत्र तक पहुँचने दीजिए।

आइए, इन अवधारणाओं से जुड़ी वास्तविक जीवन की कुछ समस्याओं को देखते हैं—

**उदाहरण—** एक फर्श 5 मी. लंबा और 4 मी. चौड़ा है। 3 मी. भुजा की वर्गाकार कालीन फर्श पर बिछा दी जाती है। कालीन रहित फर्श का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

*हल*

फर्श की लंबाई = 5 मी.

फर्श की चौड़ाई = 4 मी.

फर्श का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई = 5 मी. × 4 मी. = 20 वर्ग मी.

वर्गाकार कालीन की लंबाई = 3 मी.

कालीन का क्षेत्रफल = लंबाई × लंबाई = 3 मी. × 3 मी. = 9 वर्ग मी.

अत: कालीन बिछे हुए फर्श का क्षेत्रफल 9 वर्ग मी. है।

इसलिए, फर्श के उस भाग का क्षेत्रफल जिस पर कालीन नहीं बिछा है, वह है— फर्श का क्षेत्रफल–कालीन बिछे फर्श का क्षेत्रफल = 20 वर्ग मी. – 9 वर्ग मी. = 11 वर्ग मी.

**उदाहरण—** 12 मी. लंबे और 10 मी. चौड़े भूखंड के चारों कोनों पर 4 मी. भुजा की चार फूलों की वर्गाकार क्यारियाँ बनी हैं। क्यारियों को छोड़कर शेष भूखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

*हल*

भूखंड की लंबाई ($l$) = 12 मी.

भूखंड की चौड़ाई ($w$) = 10 मी.

संपूर्ण भूखंड का क्षेत्रफल = लंबाई ($l$) × चौड़ाई ($w$) = 12 मी. × 10 मी. = 120 वर्ग मी.

चारों फूलों की क्यारियों में प्रत्येक क्यारी की भुजा की लंबाई ($s$) = 4 मी.

फूलों की क्यारी का क्षेत्रफल = भुजा ($s$) × भुजा ($s$) = 4 मी. × 4 मी. = 16 वर्ग मी.

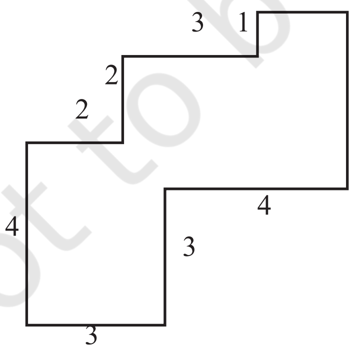
अतः 4 फूलों की क्यारियों का क्षेत्रफल = 4 × 16 वर्ग मी. = 64 वर्ग मी.

अतः शेष भूखंड का क्षेत्रफल है— संपूर्ण भूखंड का क्षेत्रफल – 4 फूलों की क्यारियों का क्षेत्रफल = 120 वर्ग मी. – 64 वर्ग मी. = 56 वर्ग मी.

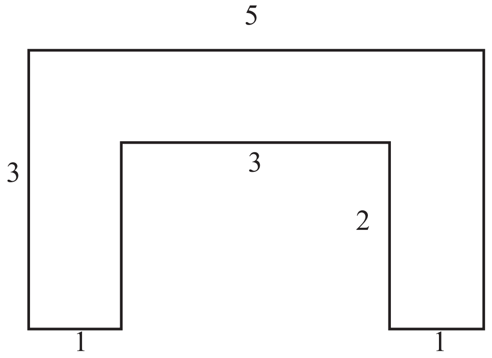
## आइए, पता लगाएँ

1. 25 मी. लंबे आयताकार बाग का क्षेत्रफल 300 वर्ग मी. है। इस बाग की चौड़ाई क्या है?
2. 8 रुपये प्रति 100 वर्ग मी. की दर से 500 मी. लंबे और 200 मी. चौड़े आयताकार भूखंड पर टाइल लगाने की लागत क्या होगी?
3. एक आयताकार नारियल वाटिका 100 मी. लंबी और 50 मी. चौड़ी है। यदि प्रत्येक नारियल के पेड़ के लिए 25 वर्ग मी. जगह चाहिए, तो इस वाटिका में अधिकतम कितने पेड़ लगाए जा सकते हैं?
4. नीचे दी गई आकृतियों को आयताकार भागों में बाँटकर, उनके क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (सभी माप मीटर में दिए गए हैं)।

a.



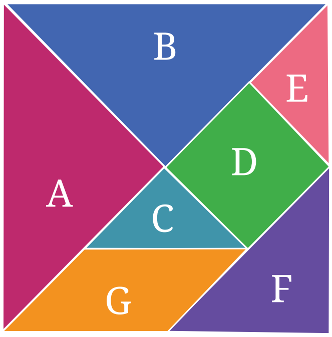

b.




© NCERT not to be republished

## आइए, पता लगाएँ

आपकी पाठ्यपुस्तक के अंत में दिए गए टैनग्राम के टुकड़े काटिए।

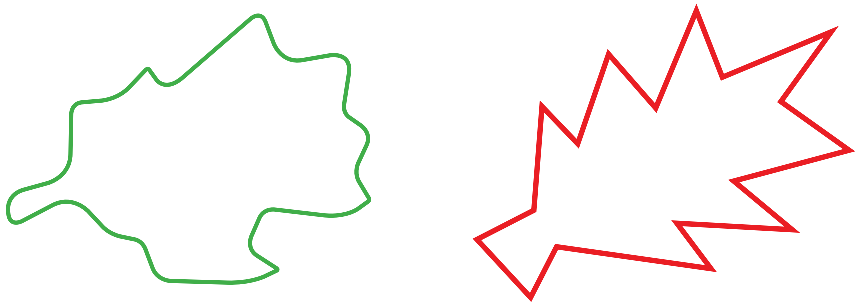



1. खोजिए और पता लगाइए कि कितने टुकड़ों का क्षेत्रफल एक समान है।
2. आकार D, आकार C की तुलना में कितने गुना बड़ा है? C, D और E में क्या संबंध है।
3. किस आकार का क्षेत्रफल अधिक है— आकार D या आकार F? अपने उत्तर का कारण बताइए।
4. किस आकार का क्षेत्रफल अधिक है— आकार F या G का? अपने उत्तर का कारण बताइए।
5. आकार G की तुलना में आकार A का क्षेत्रफल कितना है? क्या यह दोगुना बड़ा है? क्या यह चार गुना बड़ा है?

   *संकेत*— टैनग्राम के टुकड़ों को काटने के पश्चात् एक टुकड़े को दूसरे के ऊपर रखकर हमें ज्ञात होता हैं कि टुकड़े A और B का क्षेत्रफल एक समान है, टुकड़े C और E का क्षेत्रफल एक समान है। आप इन टुकड़ों से देख सकते हैं कि C और E टुकड़े, D को पूरा ढक लेते हैं। इसका अर्थ है कि, D का क्षेत्रफल C या E से दोगुना है।
6. क्या अब आप सातों टुकड़ों से बने बड़े वर्ग के क्षेत्रफल को C आकार के क्षेत्रफल के रूप में लिख सकते हैं?
7. इन सातों टुकड़ों को व्यवस्थित करके एक आयत बनाइए। अब इस आयत का क्षेत्रफल, आकार 'C' के क्षेत्रफल के रूप में लिखने पर क्या प्राप्त होता है? अपने उत्तर का कारण बताइए।
8. क्या इन सातों टुकड़ों से बने वर्ग और आयत के परिमाप भिन्न हैं या समान हैं? अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

© NCERT not to be republished

- नीचे दी गई आकृतियों को देखिए और अनुमान लगाइए कि इनमें से किसका क्षेत्रफल बड़ा है?



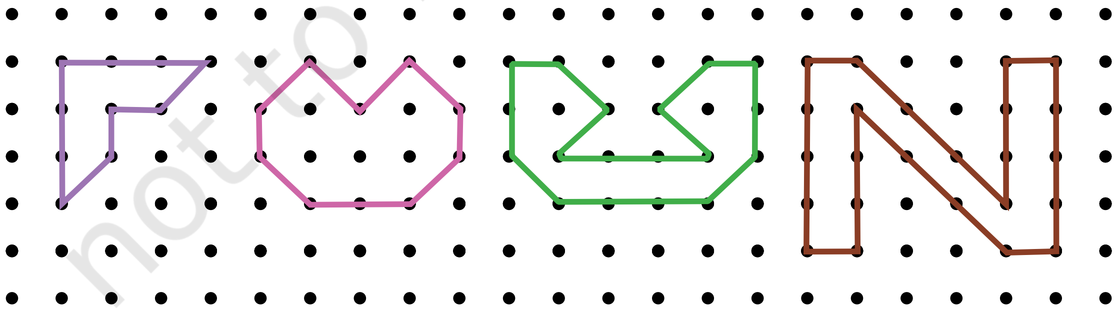
a. b.

हम वर्गांकित कागज (squared paper) या ग्राफ पेपर, जिसके प्रत्येक वर्ग का माप 1 इकाई × 1 इकाई या 1 वर्ग इकाई है, का प्रयोग करके किसी भी सरल बंद आकृति के क्षेत्रफल का आकलन कर सकते हैं।

क्षेत्रफल का आकलन करने के लिए हम आकार को एक पारदर्शी कागज पर ट्रेस (trace) करेंगे और इस कागज को वर्गांकित कागज या ग्राफ पेपर पर रखेंगे। इसके पश्चात् निम्न नियमों का पालन कीजिए—

1. एक वर्गांकित कागज या ग्राफ पेपर के एक पूरे छोटे वर्ग का क्षेत्रफल, एक वर्ग इकाई लिया जाता है।
2. आधे वर्ग से कम क्षेत्रफल को अनदेखा कीजिए।
3. यदि किसी वर्ग का आधे से अधिक भाग किसी क्षेत्र में है, तो उसे 1 वर्ग इकाई गिनिए।
4. यदि वर्ग का ठीक आधा भाग गिना जाए तो उसका क्षेत्रफल $\frac{1}{2}$ वर्ग इकाई लीजिए।

- निम्न आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए—



© NCERT not to be republished

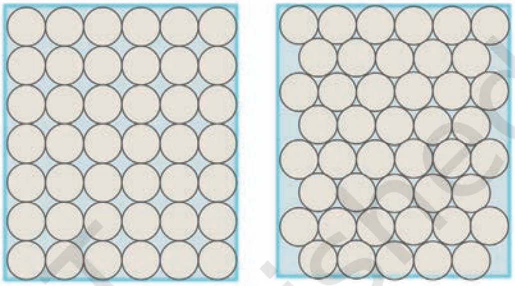
Reprint 2025-26

## आइए खोजें!

सामान्यत: हम क्षेत्रफल को वर्गों से क्यों मापते हैं?

एक ग्राफ शीट पर 3 लंबाई के व्यास (चौड़ाई) वाला एक वृत्त बनाइए। वर्गों को गिनकर उनका प्रयोग वृत्तीय क्षेत्र (Circular region) के क्षेत्रफल के आकलन में कीजिए।

दर्शाई गई आकृति में हम देख सकते हैं कि वृत्तों को हम उनके बीच बिना जगह छोड़े पैक नहीं कर सकते हैं। अतः इकाई के रूप में वृत्तों का प्रयोग करके किसी क्षेत्रफल को बिल्कुल सही मापना, कठिन होगा। यहाँ आकृति में, दो समान आयतों को दो अलग-अलग तरीकों से वृत्तों द्वारा बंद किया गया है— पहले आयत में 42 वृत्त हैं और दूसरे में 44 वृत्त हैं।



विभिन आकारों (त्रिभुज एवं आयत) का प्रयोग करके किसी दिए गए स्थान को (बिना आच्छादन या जगह छोड़े) भरने का प्रयास कीजिए और यह पता लगाइए कि क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए किसी और आकृति की अपेक्षा एक वर्गाकार आकृति का प्रयोग करने पर क्या लाभ होते हैं। उन बिंदुओं को लिखिए जो यह दर्शाते हैं कि क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए वर्ग ही सबसे सही आकार है।

1. गलियारे के बाहरी फर्श का क्षेत्रफल (वर्ग मीटर में) ज्ञात कीजिए।
2. आपके विद्यालय के खेल के मैदान का क्षेत्रफल (वर्ग मीटर में) ज्ञात कीजिए।

## आइए खोजें!

गणित चर्चा

एक वर्गाकार ग्रिड पेपर (1 वर्ग = 1 वर्ग इकाई) पर, जितने संभव हों उतने आयत बनाइए जिनकी भुजाएँ पूर्ण संख्याएँ हों तथा जिनका क्षेत्रफल 24 वर्ग इकाई हो।

a. किस आयत का परिमाप सबसे अधिक है?

b. किस आयत का परिमाप सबसे कम है?

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

c. यदि आप 32 वर्ग सेमी क्षेत्रफल का आयत लेते, तो आपका उत्तर क्या होता? किसी भी क्षेत्रफल को देखते हुए, अधिकतम और न्यूनतम परिमाप वाले आयत के आकार की पहचान बताना संभव है? अपने उत्तर के लिए उदाहरण और कारण दीजिए।

## 6.3 त्रिभुज का क्षेत्रफल

कागज के एक टुकड़े पर आयत खींचिए और इसका एक विकर्ण बनाइए। उस आयत को विकर्ण से काटते हुए दो त्रिभुज प्राप्त कीजिए।

- जाँच कीजिए क्या दोनों त्रिभुज एक दूसरे को पूरी तरह आच्छादित (overlap) करते हैं। क्या उनका क्षेत्रफल एक समान है?

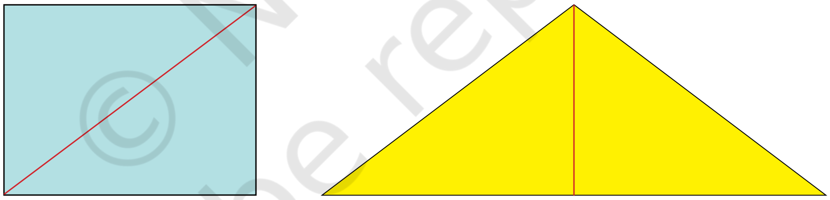
इसके साथ ही इस प्रक्रिया का प्रयोग करके आप एक वर्ग की भी जाँच सकते हैं।

- क्या आप इस प्रक्रिया से कुछ निष्कर्ष निकाल सकते हैं? यहाँ लिखिए—

_______________________________________________

_______________________________________________

अब नीचे दी गई आकृतियों को देखिए। क्या नीले आयत का क्षेत्रफल, पीले त्रिभुज के क्षेत्रफल से बड़ा है या छोटा है या बराबर है? क्यों?



- क्या तुम नीले आयत एवं पीले त्रिभुज के मध्य और इनके क्षेत्रफल में कुछ संबंध देख सकते हो? यहाँ संबंध लिखिए।

_______________________________________________

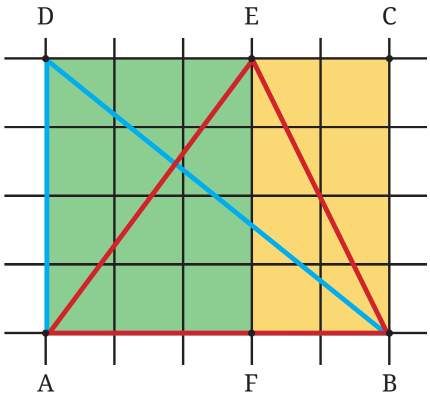
**अध्यापक टिप्पणी**

विद्यार्थियों को उनके निष्कर्षों को जोड़ने और जिन संबंधों का अवलोकन उन्होंने किया है उन्हें अपने शब्दों में लिखने में सहायता कीजिए। इससे वे एक साधारण कथन तक पहुँच जाएँगे। एक विकर्ण की परिभाषा को कक्षा में स्मरण करवाइए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

दिए गए अभ्यासों का अवलोकन करने पर प्राप्त निष्कर्षों एवं संबंधों की जाँच के लिए ग्रिड पेपर पर कुछ उपयुक्त त्रिभुज बनाइए।




पिछली कक्षाओं की अपनी समझ का प्रयोग कर ग्रिड पेपर द्वारा किसी भी बंद आकृति के क्षेत्रफल की गणना कीजिए और—

1. नीले त्रिभुज BAD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

_____________

2. लाल त्रिभुज ABE का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।.

______________

आयत ABCD का क्षेत्रफल = ______________________

अतः त्रिभुज BAD का क्षेत्रफल, आयत ABCD के क्षेत्रफल का आधा है।

त्रिभुज ABE का क्षेत्रफल = त्रिभुज AEF का क्षेत्रफल + त्रिभुज BEF का क्षेत्रफल।

यहाँ, त्रिभुज AEF का क्षेत्रफल = आयत AFED के क्षेत्रफल का आधा।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

इसी प्रकार, त्रिभुज BEF का क्षेत्रफल = आयत BFEC के क्षेत्रफल का आधा।

अतः, त्रिभुज ABE का क्षेत्रफल = आयत AFED के क्षेत्रफल का आधा + आयत BFEC के क्षेत्रफल का आधा

= आयत AFED और आयत BFEC के क्षेत्रफलों के योग का आधा

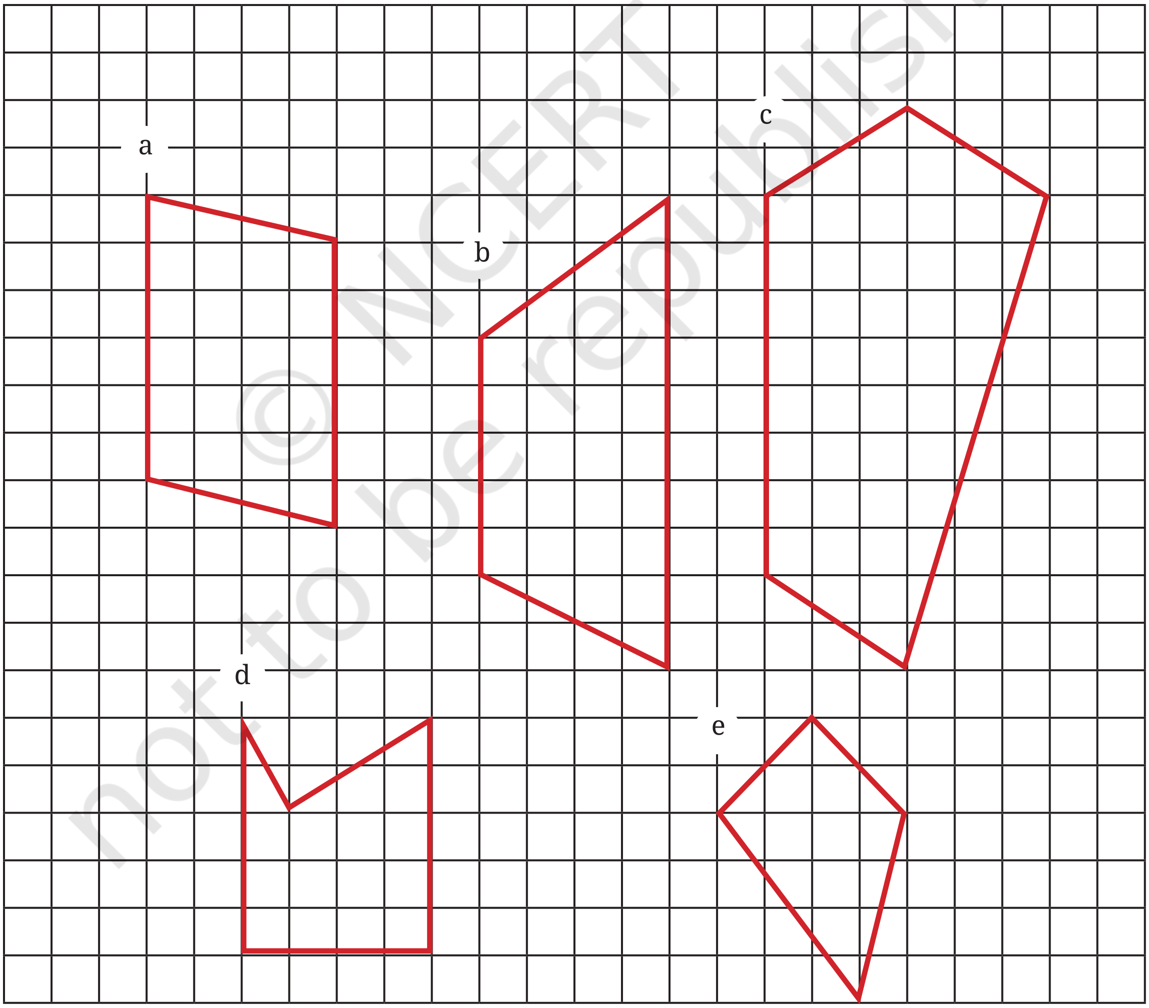
= आयत ABCD के क्षेत्रफल का आधा

निष्कर्ष ______________________________

______________________________

## आइए, पता लगाएँ

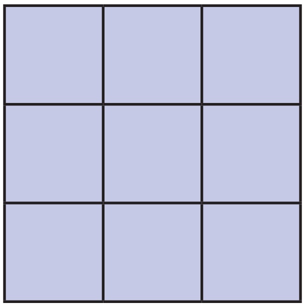
1. नीचे दी गई आकृतियों को आयत और त्रिभुजों में विभाजित करके क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए—

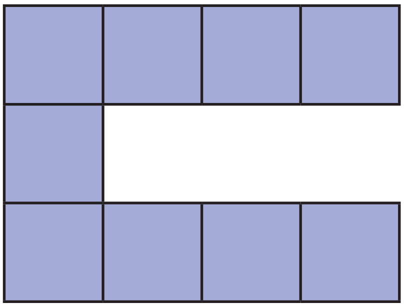



© NCERT not to be republished

### 'अधिक' या 'कम' बनाना

इन दो आकृतियों का अवलोकन कीजिए। क्या इनमें कोई समानता या भिन्नता है?





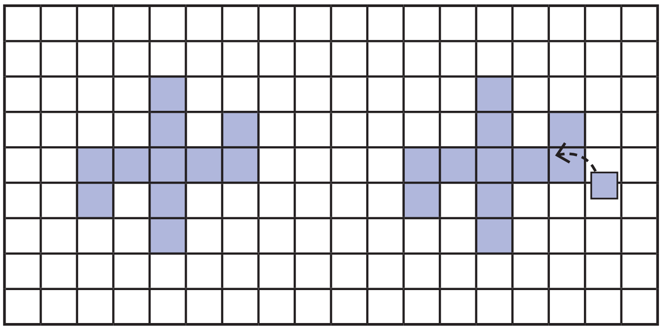
9 इकाई वर्गों (9 वर्ग इकाई के क्षेत्रफल) का प्रयोग करके हमने दो भिन्न परिमापों की आकृतियाँ बनाई हैं यहाँ पहली आकृति का परिमाप 12 इकाई है और दूसरी का परिमाप 20 इकाई है।

अन्य परिमाप प्राप्त करने के लिए 9 वर्ग इकाइयों वाली आकृतियाँ व्यवस्थित करें या बनाएँ। यह ध्यान रखिए कि वर्गों की भुजाएँ एक-दूसरे के साथ कम से कम एक दिशा पर पूरी तरह से संरेखित हों और सभी वर्गों को मिलाकर एक जुड़ी हुई आकृति बने।

- 9 इकाई वर्ग का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित को हल कीजिए—
  1. सबसे छोटा संभव परिमाप क्या होगा?
  2. सबसे बड़ा संभव परिमाप क्या होगा?
  3. 18 इकाई परिमाप वाली एक आकृति बनाइए।
  4. क्या आप उपरोक्त तीन परिमापों में से प्रत्येक के लिए अन्य आकार की आकृति बना सकते हैं या क्या उस परिमाप से केवल एक ही आकृति बन सकती है? आपका तर्क क्या होगा?

- आइए, कुछ पेचीदा करते हैं, नीचे एक आकृति दी गई है, जिसका परिमाप 24 इकाई है।

आकृति के पूरे परिमाप की पुनः गणना किए बिना अवलोकन कीजिए, विचार कीजिए और ज्ञात कीजिए कि यदि एक नया वर्ग आकृति में चित्रानुसार जोड़ दिया जाए, तो परिमाप में क्या परिवर्तन होगा?



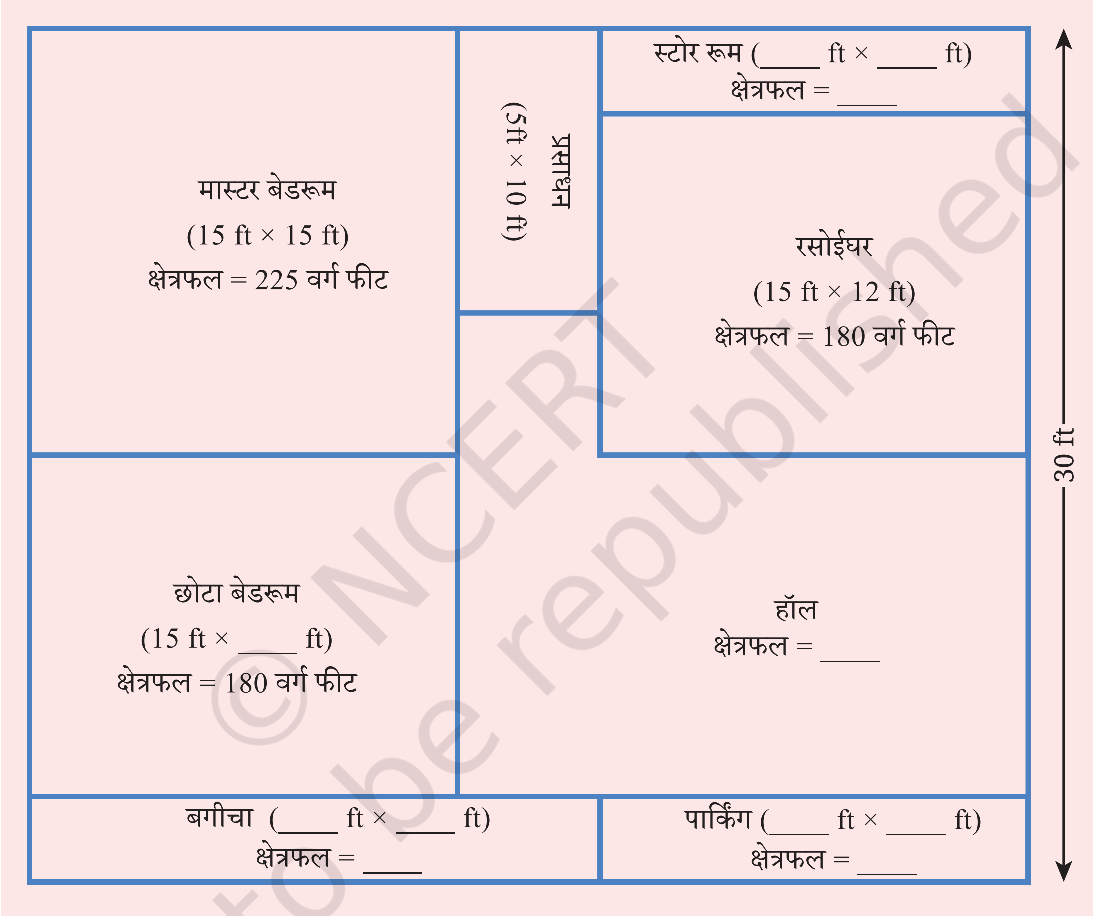
not to be republished © NCERT

Reprint 2025-26

नए वर्ग को भिन्न-भिन्न स्थानों पर रखिए और सोचिए कि परिमाप में क्या परिवर्तन हो रहे हैं।

क्या आप इस वर्ग को इस प्रकार रख सकते हैं कि परिमाप में— a) वृद्धि हो ; b) कमी हो; c) समान रहे?

नीचे दी गई आकृति में चरण के घर का नक्शा दर्शाया गया है। यह एक आयताकार भूखंड (प्लॉट) है। इस नक्शे को देखिए। आपने क्या अवलोकन किया?



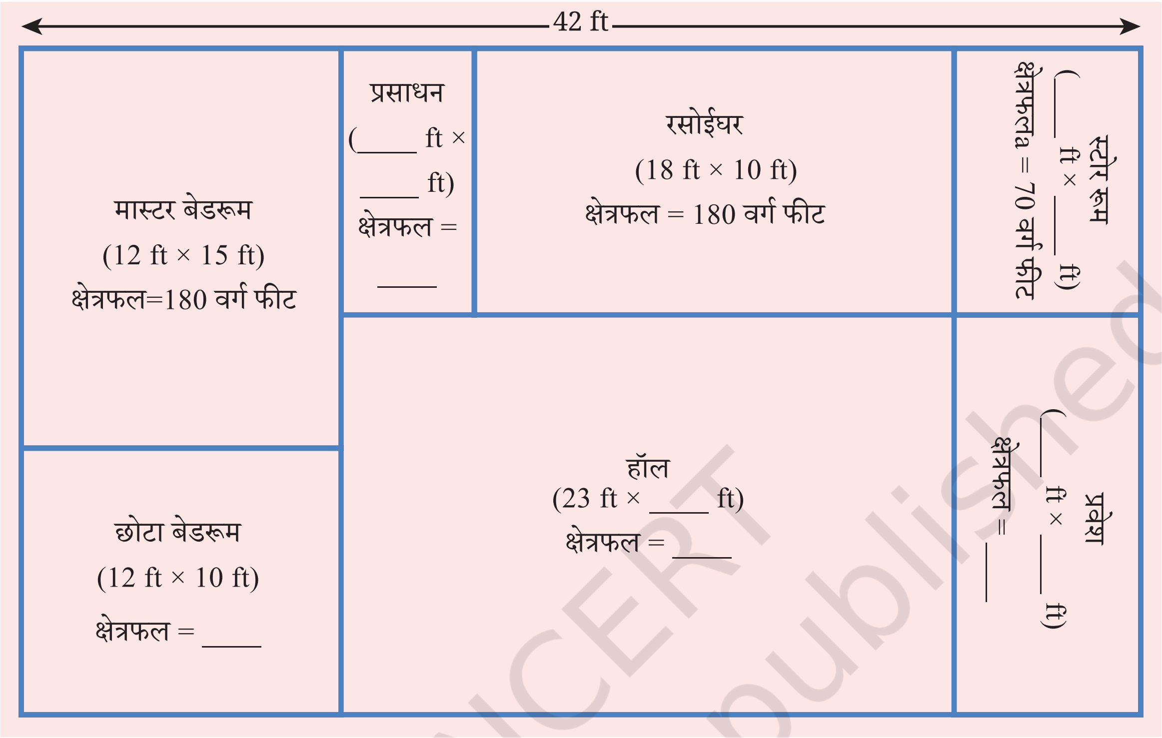

कुछ माप दिए गए हैं।

a. लुप्त माप की इकाई ज्ञात कीजिए।

b. उसके घर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

अब, शरण के घर की लुप्त माप की इकाइयाँ और घर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। नक्शा चित्र नीचे दिया गया है—




कुछ माप दिए गए हैं—

a. लुप्त माप ज्ञात कीजिए।

b. उसके घर का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

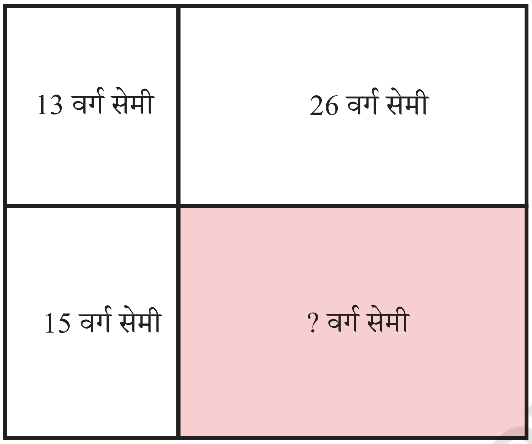
शरण के घर में सभी कक्षों की विमाएँ क्या होंगी? शरण और चरण के घरों के क्षेत्रफलों और परिमापों की तुलना कीजिए।

© NCERT not to be republished

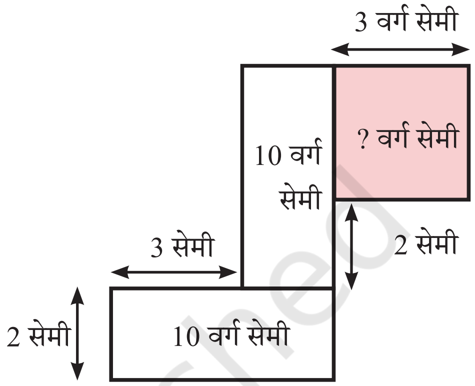
### क्षेत्रफल पहेलियाँ

प्रत्येक हर आकृति में लुप्त, एक भुजा की लंबाई या एक क्षेत्र के क्षेत्रफल का मान ज्ञात कीजिए।

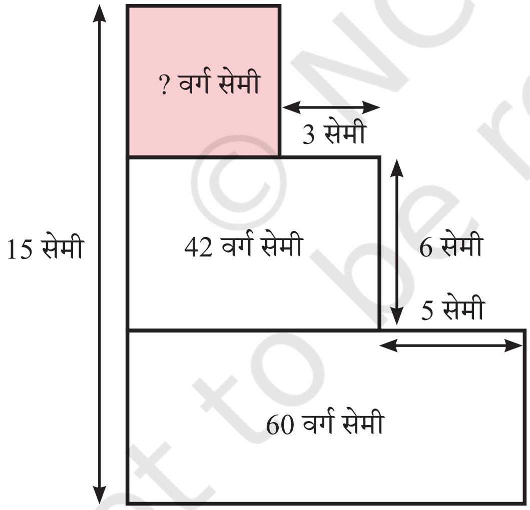
a.



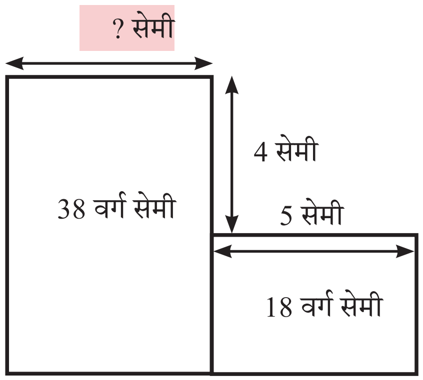

b.




c.




d.



## आइए, पता लगाएँ

1. एक आयत की विमाएँ बताइए जिसका क्षेत्रफल उन दो आयतों के क्षेत्रफल के योग के बराबर होगा, जिनकी विमाएँ 5 मी. × 10 मी. और 2 मी. × 7 मी. हैं।
2. 1000 वर्ग मी. क्षेत्रफल वाले आयताकार पार्क की लंबाई 50 मी. है, पार्क की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
3. एक कमरे के फर्श की लंबाई 5 मी. तथा चौड़ाई 4 मी. है। 3 मी. भुजा वाले एक वर्गाकार कालीन को फर्श पर बिछाया गया है। फर्श के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिस पर कालीन नहीं बिछा है।
4. 15 मी. लंबे और 12 मी. चौड़े एक पार्क के चारों कोनों को खोद कर फूलों की क्यारियाँ बनाई गई हैं, जिनकी लंबाई व चौड़ाई क्रमश: 2 मी. और 1 मी. है। एक लॉन बनाने के लिए अब कितना क्षेत्रफल उपलब्ध है?
5. आकृति A और आकृति B के परिमाप का क्षेत्रफल क्रमश: 18 वर्ग इकाई और 20 वर्ग इकाई है। आकृति A का परिमाप आकृति B से बड़ा है। दी गई स्थिति को पूरा करती हुई दो आकृतियाँ बनाएँ।
6. अपनी पुस्तक के एक पृष्ठ पर एक आयताकार हाशिया (border) बनाएँ जो ऊपर और नीचे से 1 सेमी की दूरी पर हो और बाईं व दाईं ओर से 1.5 सेमी दूरी पर हो। हाशिये का परिमाप क्या होगा?
7. 12 इकाई × 8 इकाई आकार का एक आयत बनाइए। इसके अंदर एक अन्य आयत बनाइए जो बाह्य आयत को स्पर्श न करता हो और केवल आधा क्षेत्रफल घेरता हो।
8. एक वर्गाकार कागज को आधा मोड़ा गया। फिर मोड़ से वर्ग को दो आयतों में काटा गया। वर्ग के आकार को न देखते हुए, निम्न में से एक कथन हमेशा सत्य होगा। यहाँ कौन-सा कथन सत्य है?
   a. प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से बड़ा होगा।
   b. वर्ग का परिमाप, दोनों आयतों के परिमापों के योग से बड़ा होगा।
   c. दोनों आयतों के परिमाप को साथ जोड़ने पर वह हमेशा वर्ग के परिमाप के $1\frac{1}{2}$ गुने के बराबर होगा।
   d. वर्ग का क्षेत्रफल हमेशा दोनों आयतों के क्षेत्रफलों को साथ जोड़ने पर प्राप्त क्षेत्रफल से तीन गुना बड़ा होगा।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

# सारांश

- एक बहुभुज का परिमाप उसकी सभी भुजाओं की लंबाइयों के योग के बराबर होता है।
  a. एक आयत का परिमाप, उसकी लंबाई और चौड़ाई के योग का दोगुना होता है।
  b. एक वर्ग का परिमाप, उसकी किसी एक भुजा की लंबाई का चार गुना होता है।
- किसी बंद आकृति द्वारा घेरे गए क्षेत्र के माप को उसका क्षेत्रफल कहते हैं।
- सामान्यत: क्षेत्रफल को वर्ग इकाई में मापा जाता है।
- एक आयत का क्षेत्रफल उसकी लंबाई और चौड़ाई का गुणनफल होता है। वर्ग का क्षेत्रफल इसकी किसी एक भुजा की लंबाई को इसी से गुणा करके प्राप्त होता है।
- दो बंद आकृतियाँ, समान क्षेत्रफल वाली किंतु भिन्न परिमापों की या समान परिमाप की किंतु भिन्न क्षेत्रफलों वाली हो सकती हैं।
- क्षेत्रों के क्षेत्रफल का आकलन (निश्चित तौर पर निर्धारण) किया जा सकता है यदि ऐसे क्षेत्रों को इकाई वर्गों में या और अधिक सामान्य आकार वाले आयतों और त्रिभुजों में तोड़ा जाए, जिनके क्षेत्रफल की गणना की जा सके।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26