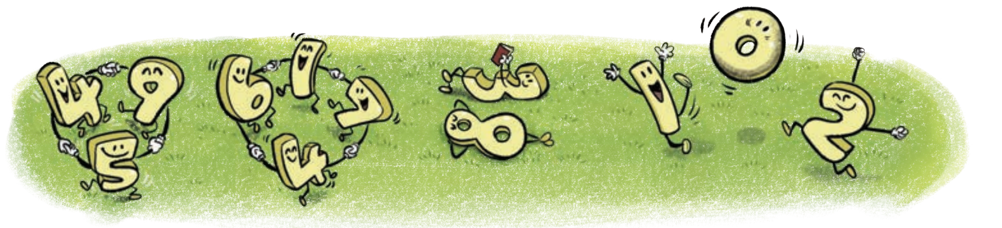


3 संख्याओं का खेल

0675CH03

हम संख्याओं का प्रयोग विभिन्न संदर्भों और विभिन्न तरीकों से अपने जीवन को व्यवस्थित करने में करते हैं। हमने संख्याओं का प्रयोग गिनने में किया तथा उन संख्याओं पर आधारभूत संक्रियाओं जैसे जोड़ना, घटाना, गुणा तथा भाग का उपयोग करते हुए दैनिक जीवन की संख्याओं से संबंधित समस्याओं को हल करने में किया।

इस अध्याय में, हम आगे की यात्रा संख्याओं के संग खेलने, अपने आस-पास संख्याओं को देखने, पैटर्नों पर ध्यान देने और नए तरीकों से संख्याओं पर विभिन्न संक्रियाओं का उपयोग करते हुए जारी रखेंगे।

- विभिन्न परिस्थितियों के विषय में सोचिए, जहाँ हम संख्याओं का उपयोग करते हैं। पाँच विभिन्न परिस्थितियों की सूची बनाइए, जहाँ हम संख्याओं का उपयोग करते हैं। अपने सहपाठियों द्वारा बनाई गई सूची को देखिए, उसे साझा कीजिए तथा उस पर चर्चा कीजिए। गणित चर्चा

3.1 संख्याएँ हमें कुछ बता सकती हैं

संख्याएँ हमें क्या बताती हैं?

उद्यान (पार्क) में कुछ बच्चे एक पंक्ति में खड़े हैं। प्रत्येक बच्चा एक संख्या बोलता है।

- आपके विचार से इन संख्याओं का क्या अर्थ होगा?

not to be republished © NCERT

बच्चे अब अपने आप को पुनः व्यवस्थित करते हैं तथा प्रत्येक बच्चा अपनी व्यवस्था के आधार पर पुन: एक संख्या बोलता है।

क्या आप समझ पाए कि ये संख्याएँ क्या दर्शाती हैं?

संकेत— क्या उनकी ऊँचाइयों का यहाँ कोई योगदान है?

एक बच्चा '1' तब कहता है जब उसके बगल में उससे लंबा केवल एक ही बच्चा खड़ा है। एक बच्चा '2' तब कहता है जब उसके बगल में खड़े दोनों बच्चे उससे लंबे हैं। एक बच्चा '0' तब कहता है जब उसके बगल में खड़े बच्चों में से कोई भी उससे लंबा नहीं है। प्रत्येक बच्चा अपने आस-पास उससे लंबे पड़ोसियों की संख्या बताता है।

नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए और अपने तर्क को साझा कीजिए—

गणित चर्चा

1. क्या बच्चे अपने आपको इस प्रकार पुन: व्यवस्थित कर सकते हैं कि अंत में खड़े बच्चे '2' कह सकें?
2. क्या हम बच्चों को एक पंक्ति में इस प्रकार खड़ा कर सकते हैं कि सभी '0' कह सकें?
3. क्या दो साथ खड़े बच्चे समान संख्या कह सकते हैं?
4. एक समूह में भिन्न ऊँचाइयों वाले 5 बच्चे हैं। क्या वे इस प्रकार खड़े हो सकते हैं कि उनमें से चार '1' कहें तथा आखिरी '0' कहें? क्यों या क्यों नहीं?
5. क्या 5 बच्चों के इस समूह में 1, 1, 1, 1, 1 का अनुक्रम संभव है?
6. क्या अनुक्रम 0, 1, 2, 1, 0 संभव है? क्यों या क्यों नहीं?
7. आप 5 बच्चों को किस प्रकार व्यवस्थित करेंगे कि अधिक से अधिक बच्चे '2' कह सकें?

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

3.2 महाकोष्ठ (Supercells)

नीचे दी गई सारणी में लिखी गई संख्याओं का अवलोकन कीजिए। कुछ संख्याओं को रंगीन क्यों किया गया है? चर्चा कीजिए।

43	79	75	63	10	29	28	34

200	577	626	345	790	694	109	198

यदि कोष्ठ (cell) में संख्या, संलग्न कोष्ठों की संख्याओं से बड़ी है, तो उसे रंगीन किया गया है। 626 को रंगीन किया गया है, क्योंकि यह 577 और 345 से बड़ी है, जबकि 200 को रंगीन नहीं किया गया है क्योंकि वह 577 से छोटी है। संख्या 198 को रंगीन किया गया है, क्योंकि इसका केवल एक संलग्न कोष्ठ है जिसमें संख्या 109 लिखी है और संख्या 198, संख्या 109 से बड़ी है।

आइए, पता लगाएँ

1. नीचे दी गई सारणी में महाकोष्ठ को रंगीन या चिह्नित कीजिए।

6828	670	9435	3780	3708	7308	8000	5583	52

2. नीचे दी गई सारणी को चार अंकों वाली संख्याओं से इस प्रकार भरिए कि प्रत्येक रंगीन कोष्ठ ही महाकोष्ठ हो।

5346			1258				9635	

3. नीचे दी गई सारणी को इस प्रकार भरिए कि हमें अधिक से अधिक महाकोष्ठ प्राप्त हों। बिना दोहराए 100 से 1000 के बीच की संख्याओं का उपयोग कीजिए।

4. उपरोक्त सारणी में 9 संख्याओं में से कितने महाकोष्ठ हैं?
5. भिन्न संख्याओं के कोष्ठों में कितने महाकोष्ठ संभव हैं?

गणित चर्चा

क्या आपको इनमें कोई पैटर्न दिखाई देता है? दी गई सारणी को भरने का वह कौन-सा तरीका होगा जिससे हमें अधिक से अधिक महाकोष्ठ प्राप्त हों? ढूँढ़िए और अपनी योजना को साझा कीजिए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

प्रयास करें

6. क्या आप संख्याओं को बिना दोहराए एक रिक्त महाकोष्ठ सारणी को इस प्रकार भर सकते हैं कि उसमें कोई महाकोष्ठ न हो? क्यों या क्यों नहीं?
7. क्या एक सारणी में सबसे बड़ी संख्या वाला कोष्ठ, हमेशा महाकोष्ठ होगा? क्या एक सारणी में सबसे छोटी संख्या वाला कोष्ठ एक महाकोष्ठ हो सकता है? क्यों या क्यों नहीं?
8. एक सारणी को इस प्रकार से भरिए कि दूसरी सबसे बड़ी संख्या वाला कोष्ठ, महाकोष्ठ न हो।
9. एक सारणी को इस प्रकार से भरिए कि दूसरी सबसे बड़ी संख्या वाला कोष्ठ, महाकोष्ठ न हो, लेकिन दूसरी सबसे छोटी संख्या वाला कोष्ठ एक महाकोष्ठ हो? क्या यह संभव है?
10. इस पहेली के अन्य रूप बनाइए और अपने सहपाठियों को चुनौती दीजिए।

आइए, इस महाकोष्ठ वाले क्रियाकलाप को और अधिक पंक्तियों के साथ करते हैं।

दी गई सारणियों में समीपवर्ती कोष्ठ वे हैं, जो एकदम बाएँ, दाएँ, ऊपर और नीचे हैं।

नियम वही रहेंगे— एक कोष्ठ महाकोष्ठ होगा, यदि उसमें अंकित संख्या उसके समीपवर्ती कोष्ठों में अंकित संख्या से बड़ी हो। सारणी 1 में संख्या 8632 उसकी सभी समीपवर्ती संख्याओं 4580, 8280, 4795, 1944 से बड़ी है।

सारणी 1

2430	7500	7350	9870
3115	4795	9124	9230
4580	8632	8280	3446
5785	1944	5805	6034

1, 0, 6, 3 और 9 अंकों का किसी भी क्रम में प्रयोग करके पाँच अंकों की संख्याएँ बनाइए और सारणी 2 को पूरा कीजिए। केवल रंगीन कोष्ठ में समीपवर्ती कोष्ठों की संख्याओं से बड़ी होनी चाहिए।

सारणी 2

	96,301	36,109	
	13,609	60,319	19,306
		60,193	
	10,963		

सारणी में सबसे बड़ी संख्या __________ है।

सारणी में सबसे छोटी सम संख्या ________ है।

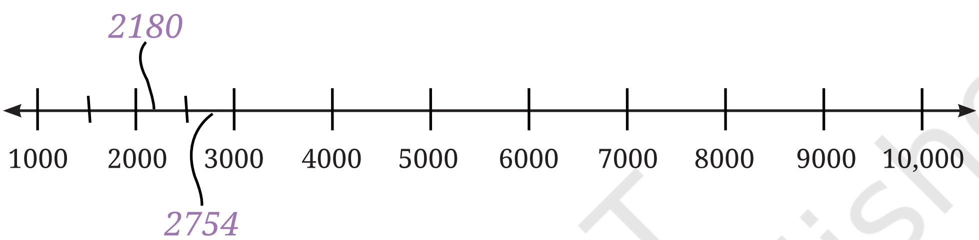
© NCERT not to be republished

सारणी में 50,000 से बड़ी, सबसे छोटी संख्या ____________ है।

दी गई सारणी को पूरा भरकर, हजार के अंक के बाद उपयुक्त स्थान पर अल्प-विराम (,) लगाइए।

3.3 संख्या रेखा पर संख्याओं के पैटर्न

अब हम संख्या रेखा से भली-भाँति परिचित हैं। आइए, देखते हैं कि क्या हम कुछ संख्याओं को संख्या रेखा पर उनके उपयुक्त स्थान पर रख सकते हैं। यहाँ संख्याएँ 2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300 और 8400 हैं।

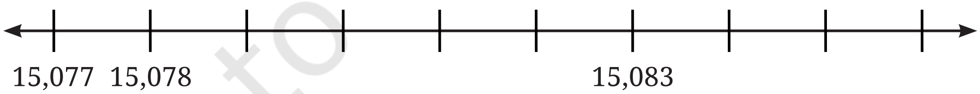


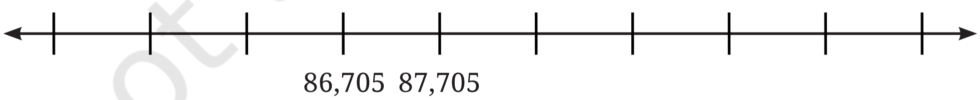
आइए, पता लगाएँ

नीचे दी गई संख्या रेखा पर चिह्नित संख्या को पहचानकर, नीचे दिए गए संख्या अनुक्रमों को पूरा कीजिए।

a.

b.

c. 

d. 

उपरोक्त अनुक्रमों में सबसे छोटी संख्या पर गोला लगाइए तथा सबसे बड़ी संख्या पर बॉक्स बनाइए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

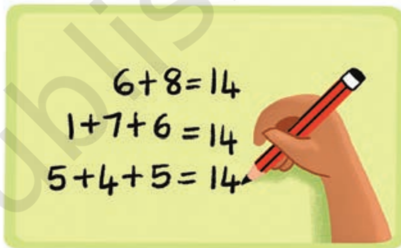
3.4 अंकों के साथ खेल

हम संख्याओं को 1, 2, 3, … से लिखना शुरू करते हैं। 1 अंक वाली 9 संख्याएँ हैं।

2 अंक, 3 अंक, 4 अंक और 5 अंकों वाली कुल कितनी संख्याएँ होगी ज्ञात कीजिए।

1 अंक वाली संख्याएँ 1 से 9 तक _ _ _ _ _ _ _ _	2 अंकों वाली संख्याएँ _ _ _ _ _ _ _ _	3 अंकों वाली संख्याएँ _ _ _ _ _ _ _ _	4 अंकों वाली संख्याएँ _ _ _ _ _ _ _ _	5 अंकों वाली संख्याएँ _ _ _ _ _ _ _ _
9				

संख्याओं के अंकों के योग



कोमल जब कुछ संख्याओं के अंकों का योग करती है, तो देखती है कि इन सभी का योगफल समान है।

उदाहरण के लिए, संख्या 68 के अंकों का योगफल वही है, जो संख्या 176 या 545 के अंकों का योग है।

आइए, पता लगाएँ

गणित चर्चा

1. अंकों का योग 14
   - a. अन्य संख्याएँ लिखिए जिनके अंकों का योगफल 14 है।
   - b. वह सबसे छोटी संख्या कौन-सी है, जिसके अंकों का योगफल 14 है?
   - c. 5 अंकों की वह सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जिसके अंकों का योगफल 14 है?
   - d. वह बड़ी से बड़ी कौन-सी संख्या बनाई जा सकती है, जिसके अंकों का योगफल 14 है? क्या आप इससे भी बड़ी संख्या बता सकते हैं?
2. 40 से 70 तक की सभी संख्याओं के अंकों का योगफल ज्ञात कीजिए। अपने अवलोकन को कक्षा के साथ साझा कीजिए।
3. 3 अंकों की उन संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए, जिनके अंक क्रमागत (जैसे– 345) हों। क्या आप उनमें एक पैटर्न देखते हैं? क्या यह पैटर्न जारी रहेगा?

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

अंक जासूस

1 से 100 तक संख्याएँ लिखने के पश्चात् दिनेश को आश्चर्य होता है कि उसने कितनी बार अंक '7' लिखा।

1 से 100 तक की संख्याओं में, अंक '7' कितनी बार आएगा? 1 से 1000 तक की संख्याओं में, अंक '7' कितनी बार आएगा?

3.5 आकर्षक विलोमाक्षर पैटर्न (Palendromic Patterns)

आप दी गई संख्याओं में क्या पैटर्न देखते हैं— 66, 848, 575, 797, 1111

इन संख्याओं को बाएँ से दाएँ तथा दाएँ से बाएँ एक जैसा पढ़ा जाता है, देखिए एवं प्रयास कीजिए। ऐसी संख्याओं को **पैलिंड्रोम** या **पैलिंड्रोमिक** संख्याएँ कहते हैं।

1, 2, 3 अंकों का प्रयोग करते हुए सभी पैलिंड्रोमिक संख्याएँ

संख्याएँ 1, 2, 3 अंकों का प्रयोग करके बनी कुछ पैलिंड्रोम संख्याएँ 121, 313 और 222 हैं।

इन अंकों की सहायता से बनने वाली सभी तीन अंकों की पैलिंड्रोमिक संख्याएँ लिखिए।

पैलिंड्रोम संख्याओं को पलटें व जोड़ें

अब इन योगफलों को देखिए और पता लगाइए कि क्या हो रहा है?

इन चरणों का अनुसरण कीजिए— दो अंकों वाली संख्या से शुरू कीजिए। इस संख्या को पलटकर, इसी संख्या में जोडिए। यदि प्राप्त संख्या पैलिंड्रोम है, तो रुक जाइए अन्यथा प्राप्त संख्या को उसके अंकों को पलटने से प्राप्त संख्या (प्रतिलोम) के साथ जोड़कर इन चरणों को दोहराइए।

34	29	48	76
43	92	84	67
77	121	132	143
		231	341
		363	484

इसी प्रक्रिया को कुछ अन्य संख्याओं के साथ भी कीजिए तथा इन्हीं चरणों को दोहराइए। यदि प्राप्त संख्या पैलिंड्रोम है, तो रुक जाइए। ऐसी कुछ संख्याएँ होंगी, जिनमें पैलिंड्रोम संख्या प्राप्त करने के लिए इस प्रक्रिया को कई बार दोहराना पड़ेगा।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

क्या आपको ऐसी संख्याएँ भी प्राप्त हुईं जहाँ आप पैलिंड्रोम तक नहीं पहुँच पाएँ?

खोजिए

2 अंकों की संख्या से शुरू करके, क्या संख्या और उसके अंकों को पलटने से प्राप्त संख्या (प्रतिलोम) का पुन: योग करके हमेशा पैलिंड्रोम ही प्राप्त होता है? खोजिए और ज्ञात कीजिए।*

गणित चर्चा

पहेली

tth	th	h	t	u

अंको को शब्दों में लिखिए—

मैं 5 अंकों का एक पैलिंड्रोम हूँ।
मैं एक विषम संख्या हूँ।
मेरा दहाई का अंक, इकाई के अंक से दो गुना है।
मेरा सैकड़े का अंक, दहाई के अंक से दो गुना है।
मैं कौन हूँ? ________________

3.6 कापरेकर की जादुई संख्या

डी.आर. कापरेकर, महाराष्ट्र के देवलाली में एक सरकारी स्कूल में गणित के अध्यापक थे। उन्हें संख्याओं के साथ खेलना बहुत पसंद था। उन्होंने संख्याओं के बहुत से आकर्षक पैटर्न खोजें, जो पहले ज्ञात नहीं थे।

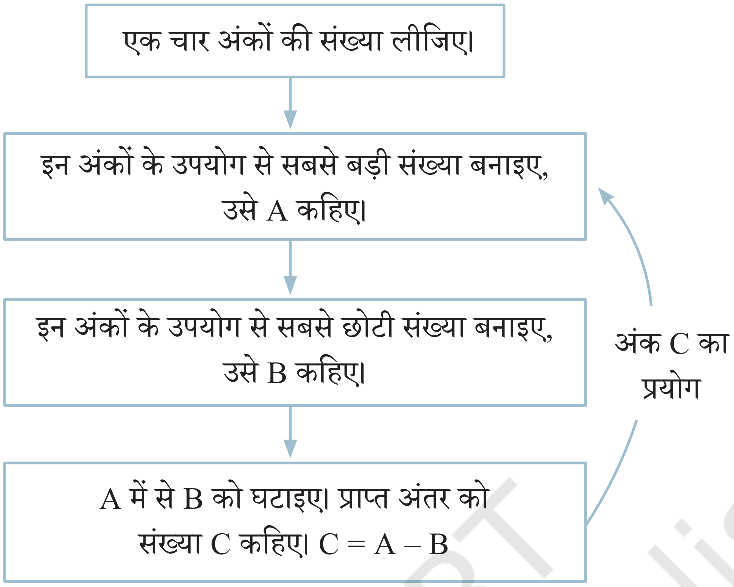
1949 में जब वह 4 अंकों की संख्याओं के साथ खेल रहे थे, तो खेल-खेल में उन्होंने एक जादुई तथ्य खोजा।

**(उत्तर हाँ है, 3 अंकों की संख्या के लिए उत्तर अज्ञात है। ऐसा ज्ञात हुआ है कि 196 से शुरू करने पर हमें कभी भी पैलिंड्रोम प्राप्त नहीं होगा)*

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

निम्नलिखित चरणों का उपयोग करते हुए, स्वयं इस जादू का अनुभव कीजिए। एक चार अंकों की संख्या माना, 6382 लीजिए।



तब, क्या होता है, जब हम इस प्रक्रिया को आगे जारी रखते हैं?

A = 8632	A = 6642	A = 7641	A =
B = 2368	B = 2466	B = 1467	B =
C = 8632–2368	C = 6642–2466	C = 7641–1467	C =
= 6264	= 4176	= 6174	

खोजिए

4 अंकों की कोई अन्य संख्या लेकर इन चरणों का अनुसरण करके प्रयास कीजिए। पता लगाइए कि क्या होता है? अपने मित्रों के साथ जाँच कीजिए कि उन्हें क्या संख्या प्राप्त हुई?

आप सदैव एक जादुई संख्या '6174' प्राप्त करेंगे। इस संख्या 6174 को कापरेकर स्थिरांक कहा जाता है।

इन्हीं चरणों को कुछ 3 अंकों वाली संख्याओं के साथ दोहराइए। कौन-सी संख्या दोहराना शुरू होगी?

© NCERT not to be republished

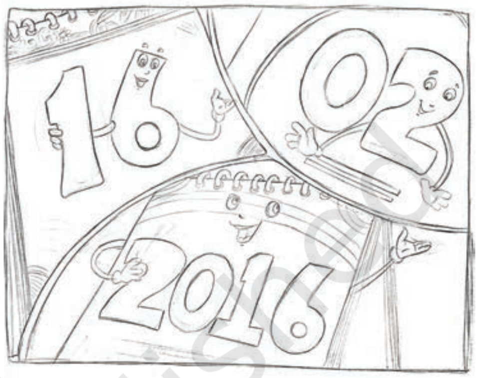
Reprint 2025-26

3.7 घड़ी और कैलेंडर की संख्याएँ

सामान्य 12 घंटे वाली घड़ी में कुछ समयों में पैटर्न दिखाई देता है। उदाहरण के लिए— 4:44, 10:10 और 12:21।

- 12 घंटे की घड़ी में इस प्रकार के सभी संभव समयों को ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।

मनीष का जन्मदिन 20/12/2012 को है, जहाँ अंक '2', '0', '1' और '2' उसी क्रम में दोहराए जाते हैं।



- बीते समय में इस प्रकार की कुछ अन्य तिथियों को ज्ञात कीजिए।

उसकी बहन मेघना का जन्मदिन 11/02/2011 को है, इसमें बाएँ से दाएँ तथा दाएँ से बाएँ अंकों को एक जैसा ही पढ़ा जाता है।

- बीते हुए समय से इसी प्रकार की सभी संभावित तिथियों को ज्ञात कीजिए।

जीवन इस वर्ष के कैलेंडर को देख रहा था। उसे देखकर वह आश्चर्यचकित हो गया कि 'हम कैलेंडर को प्रत्येक वर्ष क्यों बदलते हैं? क्या हम कैलेंडर का पुन: प्रयोग नहीं कर सकते?' इस विषय में आप क्या सोचते हैं?

आपने ध्यान दिया होगा कि पिछले वर्ष का कैलेंडर इस वर्ष के कैलेंडर से अलग था। इस प्रकार अगले वर्ष का कैलेंडर भी पिछले वर्षों के कैलेंडर से अलग है।

- लेकिन, क्या किसी वर्ष का कैलेंडर कुछ वर्षों बाद दोहराया जाएगा? क्या किसी वर्ष की सभी तिथियाँ और दिन, ठीक किसी दूसरे वर्ष के कैलेंडर के साथ पूर्णतया मेल करेंगी?

प्रयास करें

आइए, पता लगाएँ

1. प्रतिभा अंकों '4','7','3' और '2' का उपयोग करके 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या 7432 तथा सबसे छोटी संख्या 2347 बनाती है। इन दोनों संख्याओं का अंतर 7432 – 2347 = 5085 है। इन दोनों संख्याओं का योगफल 9779 है। निम्नलिखित कथन को हल करने के लिए 4 अंकों को चुनिए—

   a. सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या का अंतर 5085 से अधिक हो।

   b. सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या का अंतर 5085 से कम हो।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

c. सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या का योगफल 9779 से अधिक हो।

d. सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी संख्या का योगफल 9779 से कम हो।

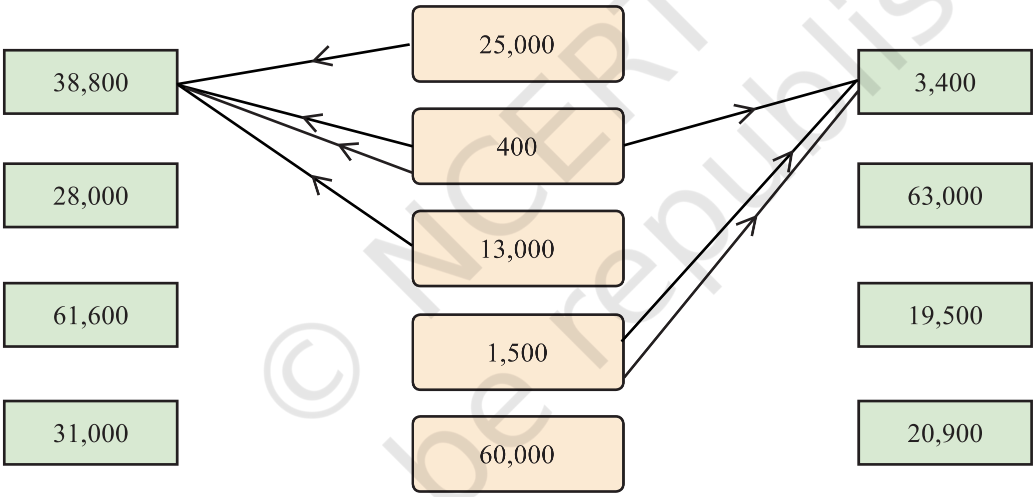
2. 5 अंकों के सबसे बड़े तथा सबसे छोटे पैलिंड्रोम (विलोमाक्षर) का योगफल क्या होगा? उनका अंतर क्या होगा?

3. घड़ी में इस समय 10:01 बजे हैं। कितने मिनट लगेंगे जब तक की घड़ी अगला पैलिंड्रोम दिखाती है? इस पैलिंड्रोम के बाद आप अगले के बारे में क्या कहेंगे?

4. संख्या 5683 को कापरेकर स्थिरांक तक पहुँचने की प्रक्रिया में कितने चरण लगेंगे?

3.8 मानसिक गणित

नीचे दी गई आकृति का अवलोकन कीजिए। आप खींची गई रेखाओं और संख्याओं के विषय में क्या सोचते हैं?



मध्य स्तंभ (कॉलम) की संख्याओं को विभिन्न तरीकों से जोड़कर, साथ वाले स्तंभों की संख्याओं को प्राप्त किया जा सकता है (1500 + 1500 + 400 = 3400)। वांछित योगफल को प्राप्त करने के लिए मध्य स्तंभ की संख्याओं का आवश्यकता अनुसार कई बार प्रयोग किया जा सकता है। वांछित योगफल को प्राप्त करने के लिए मध्य स्तंभ की संख्या और साथ वाले स्तंभ की संख्या को तीर के निशान लगाकर दर्शाइए।

नीचे दो उदाहरण दिए गए हैं, जिन्हें मानसिक रूप से हल करना अधिक सरल है।

$$38{,}800 = 25{,}000 + 400 \times 2 + 13{,}000$$

$$3400 = 1500 + 1500 + 400$$

Reprint 2025-26

क्या हम मध्य स्तंभ की संख्याओं का प्रयोग करके 1000 बना सकते हैं? क्यों नहीं? 14000, 15000 और 16000 के विषय में आपका क्या विचार है? हाँ, यह संभव है। खोज करके देखिए कैसे? कौन-सा हजार नहीं बनाया जा सकता है?

गणित चर्चा

जोड़ना और घटाना

नीचे बॉक्स में दी गई संख्याओं का प्रयोग करके वांछित संख्या को प्राप्त करने के लिए हमें जोड़ने और घटाने की अनुमति है। स्पष्ट करने के लिए एक उदाहरण दिया गया है—

40,000	7,000
300	1,500
12,000	800

39,800 = 40,000 – 800 + 300 + 300

45,000 =

5,900 =

17,500 =

21,400 =

अंक और संक्रियाएँ

5 अंकों की दो संख्याओं को जोड़कर 5 अंकों की अन्य संख्या को प्राप्त करने का एक उदाहरण है—

12,350 +24,545 = 36,895

5 अंकों की दो संख्याओं को घटाकर 5 अंकों की संख्या को प्राप्त करने का एक उदाहरण है—

48,952 – 24,547 = 24,405

आइए, पता लगाएँ

1. नीचे दी गई प्रत्येक स्थिति के लिए जहाँ भी संभव हो, वहाँ एक उदाहरण लिखिए।

5 अंकों की संख्या + 5 अंकों की संख्या से प्राप्त 5 अंकों की संख्या जो 90,250 से अधिक हो।	5 अंकों की संख्या + 3 अंकों की संख्या से 6 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	4 अंकों की संख्या + 4 अंकों की संख्या से 6 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या + 5 अंकों की संख्या से 6 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या + 5 अंकों की संख्या से संख्या 18,500 प्राप्त करना।
5 अंकों की संख्या – 5 अंकों की संख्या से 56,503 से छोटी संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या – 3 अंकों की संख्या से 4 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या – 4 अंकों की संख्या से 4 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या – 5 अंकों की संख्या से 3 अंकों की संख्या प्राप्त करना।	5 अंकों की संख्या – 5 अंकों की संख्या से संख्या 91,500 प्राप्त करना।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

क्या आप दी गई सभी स्थितियों के लिए उपयुक्त उदाहरण खोज पाए? यदि नहीं, तो सोचिए और चर्चा कीजिए कि इसका क्या कारण हो सकता है? ऐसे ही कुछ और प्रश्न तैयार कीजिए एवं अपने सहपाठियों को चुनौती दीजिए।

गणित चर्चा

2. हमेशा, कभी-कभी, कभी नहीं?

नीचे कुछ कथन दिए गए हैं। सोचिए, खोजिए और ज्ञात कीजिए कि क्या प्रत्येक कथन 'हमेशा सत्य है', 'केवल कभी-कभी सत्य है' 'या कभी सत्य नहीं है'। आप ऐसा क्यों सोचते हैं? अपने तर्क लिखिए और कक्षा में चर्चा कीजिए।

a. 5 अंकों की संख्या + 5 अंकों की संख्या से प्राप्त होती है, एक 5 अंकों की संख्या।

b. 4 अंकों की संख्या + 2 अंकों की संख्या से प्राप्त होती है, एक 4 अंकों की संख्या।

c. 4 अंकों की संख्या + 2 अंकों की संख्या से प्राप्त होती है, एक 6 अंकों की संख्या।

d. 5 अंकों की संख्या – 5 अंकों की संख्या से प्राप्त होती है, एक 5 अंकों की संख्या।

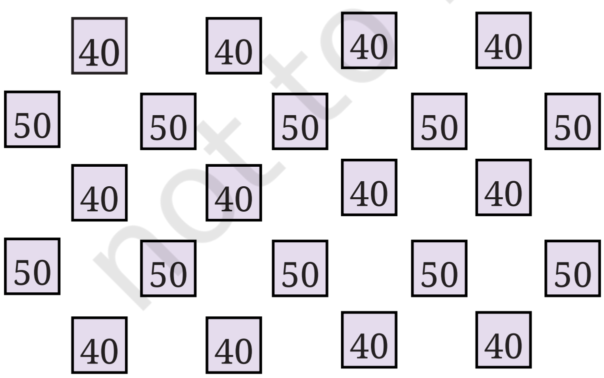
e. 5 अंकों की संख्या – 2 अंकों की संख्या से प्राप्त होती है, एक 3 अंकों की संख्या।

3.9 संख्या पैटर्न के साथ खेलना

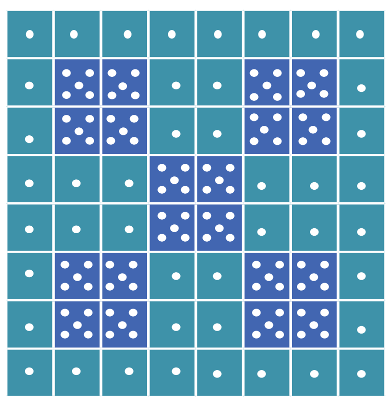
नीचे कुछ संख्याओं को कुछ पैटर्नों में व्यवस्थित किया गया है। नीचे दी गई प्रत्येक आकृति में संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए। क्या हमें उन्हें एक-एक करके जोड़ना चाहिए या इसके लिए हम किसी शीघ्र विधि का उपयोग कर हल कर सकते हैं?

इन प्रश्नों को हल करने के लिए आपने जिन अलग-अलग विधियों का प्रयोग किया है, उसे कक्षा में साझा कीजिए और चर्चा कीजिए।

a.

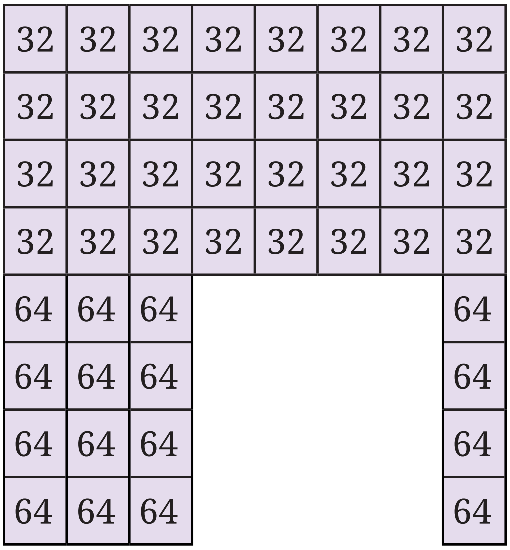


b.

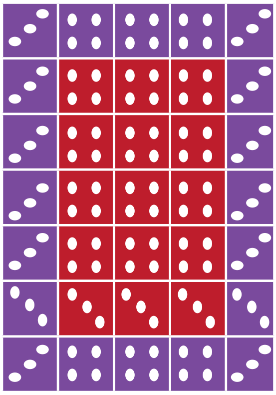


© NCERT not to be republished

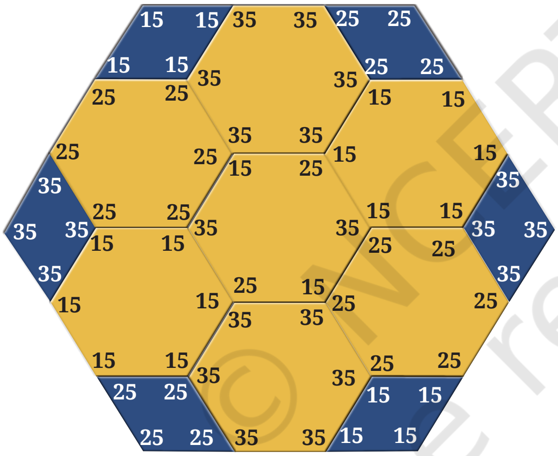
c.



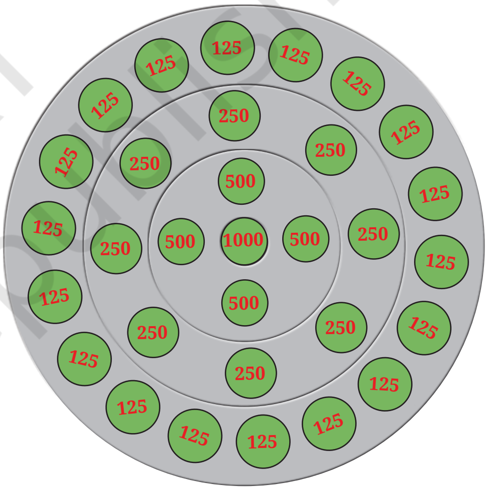
d.



e.



f.



3.10 एक अनसुलझा रहस्य—कोलाट्ज़ अनुमान (Collatz Conjecture)

नीचे दिए गए अनुक्रमों को देखिए—सभी अनुक्रमों में एक ही नियम लागू होता है—

a. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

b. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

c. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

d. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

क्या आप बता सकते हैं कि इन अनुक्रमों को किस प्रकार बनाया गया है?

Reprint 2025-26

नियम— किसी भी एक संख्या से शुरू करते हैं; यदि संख्या सम संख्या है तो उसका आधा करेंगे और यदि संख्या विषम संख्या है तो उसे 3 से गुणा करके उसमें 1 जोड़ेंगे। इस प्रक्रिया को दोहराइए।

ध्यान दीजिए कि पृष्ठ संख्या 68 पर दिए गए चारों अनुक्रमों में हम अंत में 1 पर पहुँचते हैं। सन् 1937 में, जर्मन के गणितज्ञ लोथर कोलाट्ज़ (Lothar Collatz) ने अनुमान लगाया कि उपरोक्त जैसा प्रत्येक अनुक्रम हमेशा 1 पर पहुँचेगा, चाहे हमने किसी भी पूर्ण संख्या से शुरुआत की हो।

आज भी बहुत से गणितज्ञ इस पर कार्य कर रहे हैं। यह हमेशा एक अनसुलझी समस्या है कि क्या कोलाट्ज़ अनुमान सत्य है? गणित में कोलाट्ज़ अनुमान अत्यधिक विख्यात अनसुलझी समस्याओं में से एक है।

प्रत्येक अनुक्रम को अपने पसंद की पूर्ण संख्या से शुरू करके ऊपर जैसे कुछ और कोलाट्ज अनुक्रम बनाइए। क्या आप हमेशा 1 पर पहुँचते हैं?

क्या आपको लगता है कि कोलाट्ज़ के अनुमान में इस प्रकार का प्रत्येक अनुक्रम 1 पर पहुँचेगा? क्यों और क्यों नहीं?

3.11 सरल आकलन

कई बार हम वस्तुओं की सही संख्या को नहीं जानते और न ही उनकी आवश्यकता होती है और एक अनुमान ही उद्देश्य के लिए पर्याप्त होता है। उदाहरण के लिए, आपके विद्यालय के मुख्य अध्यापक, आपके विद्यालय में नामांकित विद्यार्थियों की सही संख्या जानते हों, संभवत: आप केवल अनुमानित संख्या ही जानते होंगे। आपके विद्यालय में कुल कितने विद्यार्थी हैं? लगभग 150?, 400?, 1000?

परोमिता की एक कक्षा में 32 बच्चे हैं। उनकी कक्षा के दो अन्य विभागों (सेक्शन) में 29 और 35 बच्चे हैं। इसलिए उन्होंने अनुमान लगाया कि उसकी कक्षा में लगभग 100 बच्चे हैं। कक्षा 6 के साथ उसके स्कूल में कक्षाएँ 7–10 भी हैं तथा प्रत्येक कक्षा में 3 भाग (सेक्शन) हैं। उन्होंने माना कि प्रत्येक कक्षा में बच्चों की संख्या समान है और आकलन किया कि उनके विद्यालय में विद्यार्थियों की अनुमानित संख्या लगभग 500 है।

आइए, पता लगाएँ

अब हम कुछ सरल आकलन करेंगे। यह एक मनोरंजक अभ्यास है और इसके द्वारा आप अपने आस-पास की विभिन्न संख्याओं को जानकर प्रसन्न होंगे। याद रखिए, दिए गए प्रश्नों के लिए सही संख्या जानने में हमारी रूचि नहीं है। अपने आकलन के तरीके को कक्षा के साथ साझा कीजिए।

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

1. आपके द्वारा चलने के लिए उठाए गए कदम—
   a. जिस स्थान पर आप बैठे हैं से लेकर कक्षा के दरवाजे तक
   b. विद्यालय के मैदान के चारों ओर सिरे से सिरे तक
   c. कक्षा के दरवाजे से विद्यालय के दरवाजे तक
   d. आपके विद्यालय से आपके घर तक
2. आपके द्वारा आँखों को झपकने की संख्या या आपके द्वारा ली गई साँसों की संख्या—
   a. एक मिनट में
   b. एक घंटे में
   c. एक दिन में
3. अपने आसपास ऐसी वस्तुएँ ज्ञात कीजिए जिनकी संख्या—
   a. कुछ हजार है b. दस हजार से अधिक है

उत्तर का आकलन कीजिए

30 सेकेंड के अंदर अनुमान लगाने का प्रयास कीजिए। अपने अनुमान को अपने दोस्तों के साथ जाँचिए।

1. आप की गणित की पाठ्यपुस्तक में शब्दों की संख्या—
   a. 5000 से अधिक b. 5000 से कम
2. आपके विद्यालय में बस द्वारा आने वाले विद्यार्थियों की संख्या—
   a. 200 से अधिक b. 200 से कम
3. रोशन 5 व्यक्तियों के लिए फ्रूट कस्टर्ड बनाने के लिए दूध और 3 प्रकार के फल खरीदना चाहता है। उसका अनुमान है कि फ्रूट कस्टर्ड बनाने की लागत ₹100 है। क्या आप उससे सहमत हैं? क्यों या क्यों नहीं?
4. गांधीनगर (गुजरात में) और कोहिमा (नागालैंड में) के बीच की दूरी का आकलन कीजिए।
   संकेत— इन शहरों का पता लगाने के लिए भारत के मानचित्र को देखिए
5. शीतल कक्षा 6 में है और कहती है कि उसने विद्यालय में आज तक लगभग 13000 घंटे व्यतीत किए हैं? क्या आप उससे सहमत हैं? क्यों या क्यों नहीं?

© NCERT not to be republished

6. पुराने समय में यातायात के साधन उपलब्ध नहीं होने के कारण लोग लंबी दूरी पैदल चलकर तय करते थे। माना आप अपनी सामान्य गति से चलते हैं। आपको निम्न स्थानों से जाने में लगभग कितना समय लगेगा?
   a. आपके वर्तमान स्थान से आपके आसपास के एक पसंदीदा स्थान तक
   b. आपके वर्तमान स्थान से किसी पड़ोसी राज्य की राजधानी तक
   c. भारत के सुदूर दक्षिणी बिंदु से भारत के सुदूर उत्तरी बिंदु तक
7. आकलन के कुछ प्रश्न बनाइए और अपने सहपाठियों को चुनौती दीजिए।

3.12 खेल और जीतने की युक्तियाँ

संख्याओं का उपयोग खेल खेलने और जीतने की युक्तियों को बनाने में भी किया जा सकता है।

यहाँ एक प्रसिद्ध खेल दिया जा रहा है, जिसे 21 कहा जाता है। इसे एक सहपाठी के साथ खेलें। इसे घर में भी खेलने का प्रयास करें।

खेल 1 के लिए नियम— पहला खिलाड़ी 1 और 3 के बीच एक संख्या बोलता है। अब दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से पहले बोली गई संख्या में 1, 2 या 3 जोड़ते हैं। जो पहले 21 पर पहुँचेगा, वह जीतेगा!

इस खेल को अपने सहपाठियों के साथ कई बार खेलिए। क्या आपको जीतने की युक्ति दिखने लगी है?

कौन-सा खिलाड़ी हमेशा जीत सकता है, यदि वह सही पैटर्न से खेलता है? जीतने वाले खिलाड़ी को कौन-सी संख्या का पैटर्न आना चाहिए?

इस खेल में बहुत से परिवर्तन किए जा सकते हैं। यहाँ एक और अन्य परिवर्तन देखिए।

खेल 2 के लिए नियम— पहला खिलाड़ी 1 से 10 तक के बीच कोई संख्या बोलता है। अब दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से पहली बोली गई संख्या में 1, 2 या 3 जोडते हैं। जो खिलाड़ी पहले 99 पर पहुँचेगा वह जीतेगा।

इस खेल को अपने सहपाठियों के साथ कई बार खेलिए। देखिए क्या आप जीतने की संगत रणनीति को समझ पा रहे हैं? कौन-सा खिलाड़ी हमेशा जीत सकता है। इस बार जीतने वाले खिलाड़ी की संख्या का पैटर्न क्या होगा?

© NCERT not to be republished

इस खेल में अपने आप से परिवर्तन कीजिए। स्वयं निर्धारित कीजिए कि प्रत्येक बार में कितना जोड़ा जा सकता है और कौन-सी संख्या जीतने वाली संख्या है। अब इस खेल को कई बार खेलिए और जीतने की रणनीति को जानिए कि कौन-सा खिलाड़ी हमेशा खेल जीत सकता है।

आइए, पता लगाएँ

प्रयास करें

1. यहाँ इस ग्रिड में, केवल एक महाकोष्ठ है (अपने पड़ोस की सभी संख्याओं में बड़ी संख्या)। यदि आप इनमें से किसी एक संख्या के दो अंकों की अदला-बदली करते हैं, तो यहाँ 4 महाकोष्ठ बन जाते हैं। जानिए कि कौन-से अंकों की अदला-बदली की जानी चाहिए।

16,200	39,344	29,765
23,609	62,871	45,306
19,381	50,319	38,408

2. अपने जन्म वर्ष से शुरू करके आप कितने चरण में कापरेकर स्थिरांक पर पहुँच जाएँगे?
3. हम 35,000 और 75,000 के बीच पाँच अंकों की संख्याओं का वह समूह है, जिसके सभी अंक विषम हैं। हमारे समूह की सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है? हमारे समूह की सबसे छोटी संख्या कौन-सी है? हम में से कौन-सी संख्या 50,000 के अत्यधिक निकट है?
4. आकलन कीजिए कि आपको वर्ष में सप्ताहांतों (Weakends), त्योहारों और छुट्टियों को मिलाकर कुल कितनी छुट्टियाँ मिलती हैं। अब अपनी छुट्टियों की सही संख्या का पता लगाइए और देखिए कि सही संख्या आपके आकलन के कितना समीप है।
5. एक जग, एक बाल्टी और एक छत पर रखी टंकी की क्षमता का लीटर में आकलन कीजिए।
6. एक 5 अंकों की संख्या तथा दो 3 अंकों की संख्याएँ इस प्रकार लिखिए कि उनका योगफल 18,670 हो।
7. 210 और 390 के बीच एक संख्या चुनिए। अनुच्छेद 3.9 में दिए गए संख्या पैटर्न के समान एक पैटर्न निर्मित कीजिए, जिसमें यह चुनी गई संख्या योगफल हो।
8. अध्याय 1 की सारणी 1 से, 2 की घात का अनुक्रम याद कीजिए। इस अनुक्रम में शुरू की सभी संख्याओं के लिए कोलाट्ज अनुमान सही क्यों है?
9. यदि कोई व्यक्ति संख्या 100 से शुरू करता है, तो क्या कोलाट्ज अनुमान लागू होगा, इस विषय की जाँच कीजिए।
10. शून्य से प्रारंभ करते हुए खिलाड़ी बारी-बारी से 1 और 3 के बीच संख्या को जोड़ता है, जो व्यक्ति 22 पर पहले पहुँचेगा, वह विजयी होगा। अब जीतने की युक्ति क्या होगी?

© NCERT not to be republished

Reprint 2025-26

सारांश

- संख्याओं का उपयोग सूचना को पहुँचाने, पैटर्न बनाने और खोजने, महत्वपूर्ण आकलन, पहेलियाँ बनाने एवं हल करने, खेलने और खेल में जीतने जैसे कई अलग-अलग उद्देश्यों के लिए किया जा सकता है।
- संख्याओं को सूत्रबद्ध व सही विधि से उपयोग करने के बारे में सोचने का उद्देश्य एक लाभदायक कौशल और क्षमता है (इसे अभिकलनात्मक सोच कहते हैं)।
- संख्याओं के बारे में बहुत-सी समस्याओं को उठाना तो बहुत सरल है, लेकिन उन्हें हल करना बहुत कठिन होता है। वास्तव में ऐसी बहुत-सी समस्याएँ हैं जो अभी भी अनसुलझी हैं (उदाहरण के लिए, कोलाट्ज अनुमान)।

© NCERT not to be republished