

**Series HMJ/3****SET-1**कोड नं. **65/3/1**
Code No.

रोल नं.

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं ।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

**MATHEMATICS**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65/3/1



सामान्य निर्देश:

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि R से R पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन f और g परिभाषित हैं,
 $f(x) = |x| + x$ और $g(x) = |x| - x$
 तो $fog(x)$, $x < 0$ के लिए होगा :
 (A) $4x$
 (B) $2x$
 (C) 0
 (D) $-4x$
2. $\cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मुख्य मान है
 (A) $-\frac{\pi}{6}$
 (B) $\frac{\pi}{6}$
 (C) $\frac{2\pi}{3}$
 (D) $\frac{5\pi}{6}$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1 to 20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21 to 26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27 to 32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33 to 36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. If f and g are two functions from R to R defined as $f(x) = |x| + x$ and $g(x) = |x| - x$, then $f \circ g(x)$ for $x < 0$ is
 - (A) $4x$
 - (B) $2x$
 - (C) 0
 - (D) $-4x$

2. The principal value of $\cot^{-1}(-\sqrt{3})$ is
 - (A) $-\frac{\pi}{6}$
 - (B) $\frac{\pi}{6}$
 - (C) $\frac{2\pi}{3}$
 - (D) $\frac{5\pi}{6}$



3. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है

- (A) 64
(B) 16
(C) 0
(D) -8

4. वक्र $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ की प्रवणता का अधिकतम मान है

- (A) 15
(B) 12
(C) 9
(D) 0

5. $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ बराबर है

- (A) $\tan(xe^x) + c$
(B) $\cot(xe^x) + c$
(C) $\cot(e^x) + c$
(D) $\tan[e^x(1+x)] + c$

6. अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^3$ की घात है

- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 6

7. p का वह मान जिसके लिए $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ एक मात्रक सदिश है, है

- (A) 0
(B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(C) 1
(D) $\sqrt{3}$



3. If $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, then the value of $|\text{adj } A|$ is

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

4. The maximum value of slope of the curve $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ is

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

5. $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ is equal to

- (A) $\tan(xe^x) + c$
- (B) $\cot(xe^x) + c$
- (C) $\cot(e^x) + c$
- (D) $\tan[e^x(1+x)] + c$

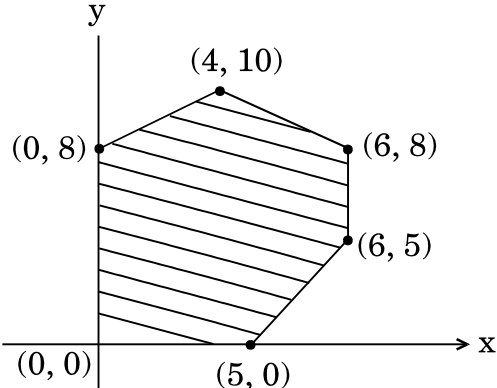
6. The degree of the differential equation $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^3$ is

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 6

7. The value of p for which $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ is a unit vector is

- (A) 0
- (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (C) 1
- (D) $\sqrt{3}$



8. XZ-समतल पर बिन्दु $(-2, 8, 7)$ से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं
- (A) $(-2, -8, 7)$
(B) $(2, 8, -7)$
(C) $(-2, 0, 7)$
(D) $(0, 8, 0)$
9. XY-समतल का सदिश समीकरण है
- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
(B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
(C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
(D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$
10. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :
माना $z = 3x - 4y$ एक उद्देश्य फलन है । z का न्यूनतम होगा
- 
- (A) $(0, 0)$ पर
(B) $(0, 8)$ पर
(C) $(5, 0)$ पर
(D) $(4, 10)$ पर



8. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point $(-2, 8, 7)$ on the XZ-plane is

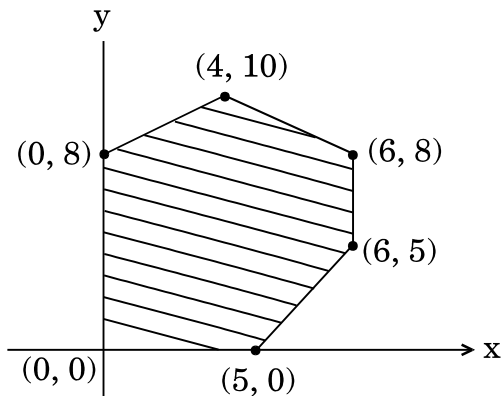
- (A) $(-2, -8, 7)$
- (B) $(2, 8, -7)$
- (C) $(-2, 0, 7)$
- (D) $(0, 8, 0)$

9. The vector equation of XY-plane is

- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$

10. The feasible region for an LPP is shown below :

Let $z = 3x - 4y$ be the objective function. Minimum of z occurs at



- (A) $(0, 0)$
- (B) $(0, 8)$
- (C) $(5, 0)$
- (D) $(4, 10)$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. यदि $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$ है, तो $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

अथवा

यदि $\cos(xy) = k$, जहाँ k एक अचर है तथा $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ है, तो

$\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. यदि $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन f , $x = \pi$ पर संतत हो, तो λ का मान होगा $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

13. वक्र $y = \sec x$ के बिन्दु $(0, 1)$ पर स्पर्श-रेखा का समीकरण है $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

14. विकर्णों $2\hat{i}$ तथा $-3\hat{k}$ वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है $\underline{\hspace{2cm}}$ वर्ग इकाई ।

अथवा

λ का मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ लांबिक हैं, है $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

15. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं । यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छया थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. 2×2 का आव्यूह $A = [a_{ij}]$ बनाइए, जहाँ अवयव $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ द्वारा प्रदत्त हैं ।

17. x के सापेक्ष, $\sin^2(\sqrt{x})$ का अवकलन कीजिए ।

18. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 7 - 4x - x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन f , निरन्तर वर्धमान है ।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. If $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

OR

If $\cos(xy) = k$, where k is a constant and $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

12. The value of λ so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$ is _____ .

13. The equation of the tangent to the curve $y = \sec x$ at the point $(0, 1)$ is _____ .

14. The area of the parallelogram whose diagonals are $2\hat{i}$ and $-3\hat{k}$ is _____ square units.

OR

The value of λ for which the vectors $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ are orthogonal is _____ .

15. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is _____ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = |(i)^2 - j|$.

17. Differentiate $\sin^2(\sqrt{x})$ with respect to x .

18. Find the interval in which the function f given by $f(x) = 7 - 4x - x^2$ is strictly increasing.



19. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

20. एक अनभिन्नत सिक्का 4 बार उछाला जाता है। कम-से-कम एक बार चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. x के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

अथवा

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right), -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।}$$

22. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम-सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

23. यदि $y^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) = a^2$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

24. दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ है, यदि और केवल यदि \vec{a} और \vec{b} लम्बवत् सदिश हैं।

अथवा

दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ और $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं।



19. Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

OR

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

20. An unbiased coin is tossed 4 times. Find the probability of getting at least one head.

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Solve for x :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

OR

Express $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$, $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ in the simplest form.

22. Express $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

23. If $y^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) = a^2$, then find $\frac{dy}{dx}$.

24. Show that for any two non-zero vectors \vec{a} and \vec{b} ,
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ iff \vec{a} and \vec{b} are perpendicular vectors.

OR

Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ and $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ form the sides of a right-angled triangle.



25. $(-1, 1, -8)$ और $(5, -2, 10)$ से गुज़रने वाली रेखा ZX-तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।
26. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ तथा $P(A \cup B) = 0.6$ है, तो $P(B' \cap A)$ ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. दर्शाइए कि $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ द्वारा परिभाषित फलन $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ एक एकैकी व आच्छादक फलन है ।

अथवा

दर्शाइए कि संबंध R समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : |a - b|, 2 \text{ से विभाजित है}\}$ एक तुल्यता संबंध है ।

28. यदि $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-1}^5 (|x| + |x+1| + |x-5|) dx$$

30. अवकल समीकरण $x^2y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

31. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

32. एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है । अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है । दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है । यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है ?

अथवा



25. Find the coordinates of the point where the line through $(-1, 1, -8)$ and $(5, -2, 10)$ crosses the ZX-plane.
26. If A and B are two events such that $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cup B) = 0.6$, then find $P(B' \cap A)$.

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Show that the function $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ defined by $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ is one-one and onto.

OR

Show that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ given by $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$ is an equivalence relation.

28. If $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

29. Evaluate :

$$\int_{-1}^5 (|x| + |x + 1| + |x - 5|) dx$$

30. Find the general solution of the differential equation $x^2y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$.

31. Solve the following LPP graphically :

$$\text{Minimise } z = 5x + 7y$$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

32. A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

OR



एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है ।

ज्ञात कीजिए :

- k का मान
- $P(x \leq 2)$
- चर X का माध्य

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 2x - y + 3z &= 12 \\ 3x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह A का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

34. वक्र $9y^2 = x^3$ के वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है । अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

35. समाकलन विधि से, निम्नलिखित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : y \leq |x| + 2, y \geq x^2\}$$

अथवा

समाकलन विधि से एक ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(1, 0)$, $(2, 2)$ तथा $(3, 1)$ हैं ।

36. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं ।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए । इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।



The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- the value of k
- $P(x \leq 2)$
- Mean of the variable X.

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Solve the following system of equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

OR

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

34. Find the points on the curve $9y^2 = x^3$, where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.

35. Find the area of the following region using integration :

$$\{(x, y) : y \leq |x| + 2, y \geq x^2\}$$

OR

Using integration, find the area of a triangle whose vertices are (1, 0), (2, 2) and (3, 1).

36. Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.

**Series HMJ/3****SET-2**कोड नं. **65/3/2**
Code No.रोल नं.
Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं ।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित**MATHEMATICS**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65/3/2



सामान्य निर्देश:

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. p का वह मान जिसके लिए $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ एक मात्रक सदिश है, है
 - (A) 0
 - (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 - (C) 1
 - (D) $\sqrt{3}$
2. $\left(\tan^{-1} \frac{7}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{8} \right)$ बराबर है
 - (A) $\tan^{-1} \left(\frac{65}{72} \right)$
 - (B) $\tan^{-1} \left(\frac{63}{65} \right)$
 - (C) $\frac{\pi}{4}$
 - (D) $\frac{\pi}{2}$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1 to 20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21 to 26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27 to 32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33 to 36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

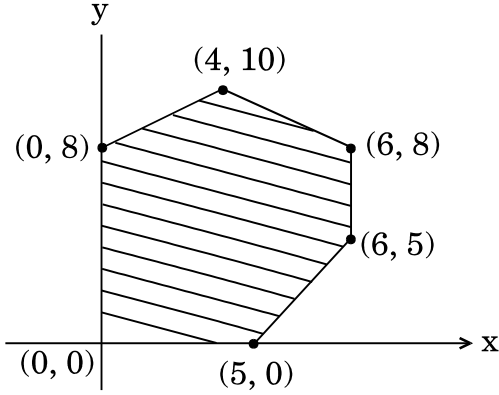
Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The value of p for which $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ is a unit vector is
 - (A) 0
 - (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 - (C) 1
 - (D) $\sqrt{3}$

2. $\left(\tan^{-1} \frac{7}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{8}\right)$ is equal to
 - (A) $\tan^{-1}\left(\frac{65}{72}\right)$
 - (B) $\tan^{-1}\left(\frac{63}{65}\right)$
 - (C) $\frac{\pi}{4}$
 - (D) $\frac{\pi}{2}$



3. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :
माना $z = 3x - 4y$ एक उद्देश्य फलन है । z का न्यूनतम होगा

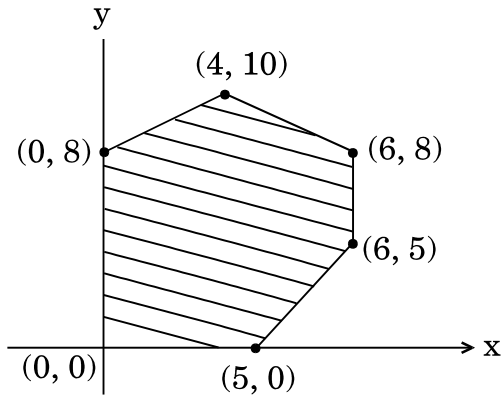


- (A) $(0, 0)$ पर
(B) $(0, 8)$ पर
(C) $(5, 0)$ पर
(D) $(4, 10)$ पर
4. यदि R से R पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन f और g परिभाषित हैं,
 $f(x) = |x| + x$ और $g(x) = |x| - x$
तो $f \circ g(x)$, $x < 0$ के लिए होगा :
- (A) $4x$
(B) $2x$
(C) 0
(D) $-4x$
5. $\int e^x \left(\frac{x \log x + 1}{x} \right) dx$ बराबर है
- (A) $\log(e^x \log x) + c$
(B) $\frac{e^x}{x} + c$
(C) $x \log x + e^x + c$
(D) $e^x \log x + c$



3. The feasible region for an LPP is shown below :

Let $z = 3x - 4y$ be the objective function. Minimum of z occurs at



- (A) $(0, 0)$
- (B) $(0, 8)$
- (C) $(5, 0)$
- (D) $(4, 10)$

4. If f and g are two functions from \mathbb{R} to \mathbb{R} defined as $f(x) = |x| + x$ and $g(x) = |x| - x$, then $f \circ g(x)$ for $x < 0$ is

- (A) $4x$
- (B) $2x$
- (C) 0
- (D) $-4x$

5. $\int e^x \left(\frac{x \log x + 1}{x} \right) dx$ is equal to

- (A) $\log(e^x \log x) + c$
- (B) $\frac{e^x}{x} + c$
- (C) $x \log x + e^x + c$
- (D) $e^x \log x + c$



6. अवकल समीकरण $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$ का समाकलन गुणक है

- (A) y
- (B) $-y$
- (C) $\frac{1}{y}$
- (D) $-\frac{1}{y}$

7. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. बिन्दु $(2, 3, 4)$ से समतल $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}) = -11$ की दूरी है

- (A) 0 इकाई
- (B) 1 इकाई
- (C) 2 इकाई
- (D) $\frac{15}{7}$ इकाई

9. वक्र $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ की प्रवणता का अधिकतम मान है

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. XY-समतल का सदिश समीकरण है

- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



6. The integrating factor of the differential equation $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$ is

- (A) y
- (B) $-y$
- (C) $\frac{1}{y}$
- (D) $-\frac{1}{y}$

7. If $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, then the value of $|\text{adj } A|$ is

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. The distance of the point $(2, 3, 4)$ from the plane $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}) = -11$ is

- (A) 0 unit
- (B) 1 unit
- (C) 2 units
- (D) $\frac{15}{7}$ units

9. The maximum value of slope of the curve $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ is

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. The vector equation of XY-plane is

- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. विकर्णों $2\hat{i}$ तथा $-3\hat{k}$ वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है _____ वर्ग इकाई ।

अथवा

λ का मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ लांबिक हैं, है _____ ।

12. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं । यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छया थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी _____ ।

13. अन्तराल $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ में फलन $f(x) = 2 \sin x$ का निरपेक्ष न्यूनतम मान है _____ .

14. यदि $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$ है, तो $\frac{dy}{dx} =$ _____ .

अथवा

यदि $\cos(xy) = k$, जहाँ k एक अचर है तथा $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ है, तो

$$\frac{dy}{dx} = \text{_____} .$$

15. यदि $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन f , $x = \pi$ पर संतत हो, तो λ का मान होगा _____ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 7 - 4x - x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन f , निरन्तर वर्धमान है ।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The area of the parallelogram whose diagonals are $2\hat{i}$ and $-3\hat{k}$ is _____ square units.

OR

The value of λ for which the vectors $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ are orthogonal is _____ .

12. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is _____ .
13. The absolute minimum value of $f(x) = 2 \sin x$ in $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ is _____ .
14. If $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

OR

If $\cos(xy) = k$, where k is a constant and $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

15. The value of λ so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$ is _____ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

OR

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. Find the interval in which the function f given by $f(x) = 7 - 4x - x^2$ is strictly increasing.



18. x के सापेक्ष, $\sin^2(\sqrt{x})$ का अवकलन कीजिए ।
19. 2×2 का आव्यूह $A = [a_{ij}]$ बनाइए, जहाँ अवयव $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ द्वारा प्रदत्त हैं ।
20. एक प्रश्न तीन विद्यार्थियों को हल करने के लिए दिया जाता है, जिनके प्रश्न को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ तथा $\frac{1}{6}$ हैं । यदि ये तीनों, स्वतंत्र रूप से, प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि कम-से-कम एक विद्यार्थी प्रश्न हल कर लेता है ।

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ है, यदि और केवल यदि \vec{a} और \vec{b} लम्बवत् सदिश हैं ।

अथवा

दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ और $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं ।

22. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ और $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए ।
23. यदि $x = a \sec \theta$, $y = b \tan \theta$ है, तो $\theta = \frac{\pi}{3}$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।
24. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ तथा $P(A \cup B) = 0.6$ है, तो $P(B' \cap A)$ ज्ञात कीजिए ।
25. x के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

अथवा

$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$, $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए ।



18. Differentiate $\sin^2(\sqrt{x})$ with respect to x .
19. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = |(i)^2 - j|$.
20. A problem is given to three students whose probabilities of solving it are $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{6}$ respectively. If the events of solving the problem are independent, find the probability that at least one of them solves it.

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Show that for any two non-zero vectors \vec{a} and \vec{b} ,
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ iff \vec{a} and \vec{b} are perpendicular vectors.

OR

Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ and $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ form the sides of a right-angled triangle.

22. Find $(AB)^{-1}$ if $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$.
23. If $x = a \sec \theta$, $y = b \tan \theta$, then find $\frac{dy}{dx}$ at $\theta = \frac{\pi}{3}$.

24. If A and B are two events such that $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cup B) = 0.6$, then find $P(B' \cap A)$.

25. Solve for x :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

OR

Express $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$, $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ in the simplest form.



26. $(-1, 1, -8)$ और $(5, -2, 10)$ से गुज़रने वाली रेखा ZX-तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

28. मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

29. एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है । अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है । दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है । यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है ?

अथवा

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है ।

ज्ञात कीजिए :

- (a) k का मान
(b) $P(x \leq 2)$
(c) चर X का माध्य

30. अवकल समीकरण

$$\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जब $x = 0$ पर $y = \frac{\pi}{4}$ दिया गया है ।



26. Find the coordinates of the point where the line through $(-1, 1, -8)$ and $(5, -2, 10)$ crosses the ZX-plane.

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve the following LPP graphically :

$$\text{Minimise } z = 5x + 7y$$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

28. Evaluate : $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

29. A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

OR

The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- (a) the value of k
 (b) $P(x \leq 2)$
 (c) Mean of the variable X
30. Find the particular solution of the differential equation

$$\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$$

$$\text{given that } y = \frac{\pi}{4} \text{ when } x = 0.$$



31. दर्शाइए कि $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ द्वारा परिभाषित फलन $f: (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ एक एकैकी व आच्छादक फलन है।

अथवा

दर्शाइए कि संबंध R समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : |a - b|, 2 \text{ से विभाजित है}\}$ एक तुल्यता संबंध है।

32. यदि $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. वक्र $9y^2 = x^3$ के वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है। अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

34. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

35. समाकलन विधि से, रेखाओं $x - y = 0$, $3x - y = 0$ तथा $x + y = 12$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

समाकलन के उपयोग से वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ तथा रेखा $x + y = 2$ से घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 2x - y + 3z &= 12 \\ 3x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह A का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$



31. Show that the function $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ defined by $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ is one-one and onto.

OR

Show that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ given by $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$ is an equivalence relation.

32. If $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Find the points on the curve $9y^2 = x^3$, where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.

34. Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.

35. Using integration, find the area of the region bounded by the lines $x - y = 0$, $3x - y = 0$ and $x + y = 12$.

OR

Using integration, find the smaller area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$ and the line $x + y = 2$.

36. Solve the following system of equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

OR

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

**Series HMJ/3****SET-3**कोड नं. **65/3/3**
Code No.रोल नं.
Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं ।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं ।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित**MATHEMATICS**

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65/3/3



सामान्य निर्देश:

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं । सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटर्स के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. p का वह मान जिसके लिए $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ एक मात्रक सदिश है, है

- (A) 0
- (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (C) 1
- (D) $\sqrt{3}$

2. $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$ बराबर है

- (A) $\frac{7}{24}$
- (B) $\frac{24}{7}$
- (C) $\frac{3}{2}$
- (D) $\frac{3}{4}$



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

SECTION A

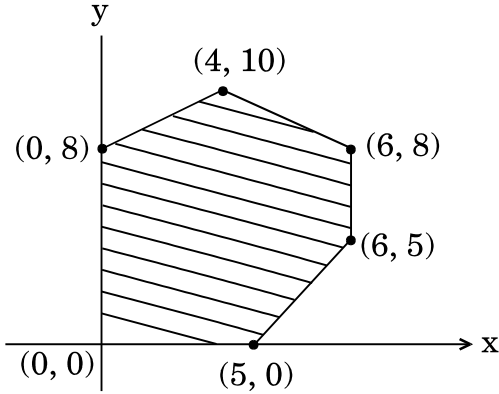
Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The value of p for which $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ is a unit vector is
 - (A) 0
 - (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
 - (C) 1
 - (D) $\sqrt{3}$
2. $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$ is equal to
 - (A) $\frac{7}{24}$
 - (B) $\frac{24}{7}$
 - (C) $\frac{3}{2}$
 - (D) $\frac{3}{4}$



3. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :
माना $z = 3x - 4y$ एक उद्देश्य फलन है । z का न्यूनतम होगा



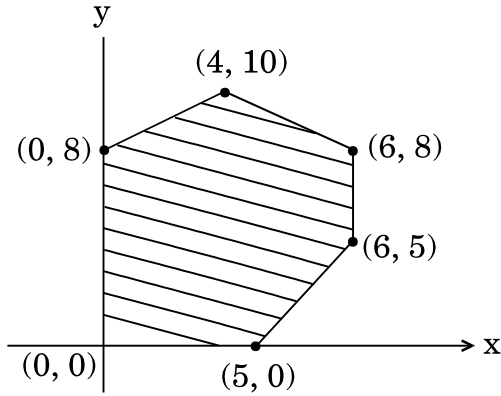
- (A) $(0, 0)$ पर
(B) $(0, 8)$ पर
(C) $(5, 0)$ पर
(D) $(4, 10)$ पर
4. यदि R से R पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन f और g परिभाषित हैं,
 $f(x) = |x| + x$ और $g(x) = |x| - x$
तो $f \circ g(x)$, $x < 0$ के लिए होगा :

- (A) $4x$
(B) $2x$
(C) 0
(D) $-4x$
5. $\int \frac{1}{x \log x} dx$ बराबर है
- (A) $\frac{(\log x)^2}{2} + c$
(B) $\log |\log x| + c$
(C) $\log |x \log x| + c$
(D) $\frac{1}{\log x} + c$



3. The feasible region for an LPP is shown below :

Let $z = 3x - 4y$ be the objective function. Minimum of z occurs at



- (A) $(0, 0)$
- (B) $(0, 8)$
- (C) $(5, 0)$
- (D) $(4, 10)$

4. If f and g are two functions from \mathbb{R} to \mathbb{R} defined as $f(x) = |x| + x$ and $g(x) = |x| - x$, then $f \circ g(x)$ for $x < 0$ is

- (A) $4x$
- (B) $2x$
- (C) 0
- (D) $-4x$

5. $\int \frac{1}{x \log x} dx$ is equal to

- (A) $\frac{(\log x)^2}{2} + c$
- (B) $\log |\log x| + c$
- (C) $\log |x \log x| + c$
- (D) $\frac{1}{\log x} + c$



6. x -अक्ष को मूल-बिन्दु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल के अवकल समीकरण की कोटि है
- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
7. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $|\text{adj } A|$ का मान है
- (A) 64
(B) 16
(C) 0
(D) -8
8. YZ-तल में बिन्दु $(2, -1, 4)$ का प्रतिबिम्ब है
- (A) $(0, -1, 4)$
(B) $(-2, -1, 4)$
(C) $(2, 1, -4)$
(D) $(2, 0, 4)$
9. वक्र $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ की प्रवणता का अधिकतम मान है
- (A) 15
(B) 12
(C) 9
(D) 0
10. XY-समतल का सदिश समीकरण है
- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
(B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
(C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
(D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



6. The order of the differential equation of the family of circles touching x-axis at the origin is

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

7. If $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, then the value of $|\text{adj } A|$ is

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. The image of the point $(2, -1, 4)$ in the YZ-plane is

- (A) $(0, -1, 4)$
- (B) $(-2, -1, 4)$
- (C) $(2, 1, -4)$
- (D) $(2, 0, 4)$

9. The maximum value of slope of the curve $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$ is

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. The vector equation of XY-plane is

- (A) $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B) $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C) $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D) $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. विकर्णों $2\hat{i}$ तथा $-3\hat{k}$ वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है _____ वर्ग इकाई ।

अथवा

λ का मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ लांबिक हैं, है _____ ।

12. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं । यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छया थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी _____ ।

13. फलन $f(x) = |x + 3| - 1$ का न्यूनतम मान है _____ ।

14. यदि $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$ है, तो $\frac{dy}{dx} =$ _____ .

अथवा

यदि $\cos(xy) = k$, जहाँ k एक अचर है तथा $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ है, तो

$$\frac{dy}{dx} = \text{_____} .$$

15. यदि $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन f , $x = \pi$ पर संतत हो, तो λ का मान होगा _____ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 7 - 4x - x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन f , निरन्तर वर्धमान है ।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The area of the parallelogram whose diagonals are $2\hat{i}$ and $-3\hat{k}$ is _____ square units.

OR

The value of λ for which the vectors $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ are orthogonal is _____ .

12. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is _____ .
13. The minimum value of the function $f(x) = |x + 3| - 1$ is _____ .
14. If $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$, $x \in \mathbb{R}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

OR

If $\cos(xy) = k$, where k is a constant and $xy \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to _____ .

15. The value of λ so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at $x = \pi$ is _____ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

OR

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. Find the interval in which the function f given by $f(x) = 7 - 4x - x^2$ is strictly increasing.



18. x के सापेक्ष, $\sin^2(\sqrt{x})$ का अवकलन कीजिए ।
19. 2×2 का आव्यूह $A = [a_{ij}]$ बनाइए, जहाँ अवयव $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ द्वारा प्रदत्त हैं ।
20. एक काले और एक लाल पासों को एक साथ उछाला गया है । पासों पर प्राप्त संख्याओं का योगफल 9 से अधिक होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि यह ज्ञात हो कि काले पासे पर 5 प्रकट हुआ है ।

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों \vec{a} और \vec{b} के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ है, यदि और केवल यदि \vec{a} और \vec{b} लम्बवत् सदिश हैं ।

अथवा

दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ और $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं ।

22. यदि $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ है, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए ।

23. यदि $y = \tan^{-1} \left[\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]$, $|x| < a$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

24. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ तथा $P(A \cup B) = 0.6$ है, तो $P(B' \cap A)$ ज्ञात कीजिए ।

25. x के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

अथवा

$$\tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 - \sin x} \right), -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए ।}$$

26. $(-1, 1, -8)$ और $(5, -2, 10)$ से गुज़रने वाली रेखा ZX -तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।



18. Differentiate $\sin^2(\sqrt{x})$ with respect to x .
19. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = |(i)^2 - j|$.
20. A black die and a red die are rolled together. Find the conditional probability of obtaining a sum greater than 9 given that the black die resulted in a 5.

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Show that for any two non-zero vectors \vec{a} and \vec{b} ,
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ iff \vec{a} and \vec{b} are perpendicular vectors.

OR

Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$ and $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ form the sides of a right-angled triangle.

22. Find the matrix A such that $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$.

23. If $y = \tan^{-1} \left[\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]$, $|x| < a$, then find $\frac{dy}{dx}$.

24. If A and B are two events such that $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cup B) = 0.6$, then find $P(B' \cap A)$.

25. Solve for x :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

OR

Express $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x}{1 - \sin x} \right)$, $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ in the simplest form.

26. Find the coordinates of the point where the line through $(-1, 1, -8)$ and $(5, -2, 10)$ crosses the ZX -plane.



खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरुधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

28. मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-1}^{3/2} |x \sin \pi x| dx$

29. एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है । अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है । दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है । यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है ?

अथवा

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है ।

ज्ञात कीजिए :

(a) k का मान

(b) $P(X \leq 2)$

(c) बंटन का माध्य

30. अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x, \text{ जहाँ } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जब $x = \frac{\pi}{4}$ के लिए $y = 1$ दिया गया है ।



SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve the following LPP graphically :

$$\text{Minimise } z = 5x + 7y$$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

28. Evaluate : $\int_{-1}^{3/2} |x \sin \pi x| dx$

29. A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

OR

The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- (a) the value of k
- (b) $P(X \leq 2)$
- (c) Mean of the distribution.

30. Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x, \text{ where } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$$

given that $y = 1$, when $x = \frac{\pi}{4}$.



31. दर्शाइए कि $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ द्वारा परिभाषित फलन $f: (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ एक एकैकी व आच्छादक फलन है।

अथवा

दर्शाइए कि संबंध R समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : |a - b|, 2 \text{ से विभाजित है}\}$ एक तुल्यता संबंध है।

32. यदि $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. वक्र $9y^2 = x^3$ के वे बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है। अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए।
34. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

35. समाकलन विधि से, परवलय $y^2 = 4ax$ और उसके नाभिलंब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

समाकलन विधि से, वक्रों $(x-1)^2 + y^2 = 1$ एवं $x^2 + y^2 = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 2x - y + 3z &= 12 \\ 3x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह A का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$



31. Show that the function $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$ defined by $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$, $x \in (-\infty, 0)$ is one-one and onto.

OR

Show that the relation R in the set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ given by $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$ is an equivalence relation.

32. If $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$, find $\frac{dy}{dx}$.

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Find the points on the curve $9y^2 = x^3$, where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.
34. Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.

35. Using integration, find the area of the parabola $y^2 = 4ax$ bounded by its latus rectum.

OR

Using integration, find the area of the region bounded by the curves $(x-1)^2 + y^2 = 1$ and $x^2 + y^2 = 1$.

36. Solve the following system of equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

OR

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$